Révisions sur le calcul — Lycée militaire de Saint-Cyr

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes.

$A=(3x+5)(2x-5)+(5x+4)(2x-5)$

$B=(5x-3)(3x-3)+(3x-3)(x+2)$

$C=2(x+1)+x(x+1)$

$D=(5x-4)(3x-4)-(3x-4)(3x+5)$

$E=x(3x+4)-3(3x+4)$

$F=4(2x+2)-x(2x+2)$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes.

1. $(7x+2)^2-(5x-2)^2$
2. $(-2x+2)^2-(2x-8)^2$
3. $(2x-5)^2-(9x+5)^2$
4. $(4x-1)^2-(2x+2)^2$

Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes.

1. $x^2+14x+49$
2. $x^2-18x+81$
3. x^2-81
4. x^2-25
5. $x^2-8x+16$

Exercice 4

Effectuer les calculs suivants.

$A=\frac{5}{6}\times\frac{2}{8}-\frac{2}{6}$ $\quad B=\frac{5}{8}\times\frac{4}{2}+\frac{3}{8}$ $\quad C=\frac{6}{2}\times\frac{5}{3}-\frac{7}{2}$ $\quad D=\frac{4}{7}-\frac{9}{7}\times\frac{4}{5}$ $\quad E=\frac{1}{8}+\frac{9}{8}\times\frac{3}{3}$

Exercice 5

1. Écrire $A=8\sqrt{45}+6\sqrt{245}-2\sqrt{80}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier.
2. Écrire $B=-5\sqrt{12}-2\sqrt{27}-3\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier.

Exercice 6

Effectuer les calculs suivants.

1. $\left(-4\sqrt{6}+6\right)\left(-4\sqrt{6}-6\right)$
2. $\left(2\sqrt{5}+6\sqrt{11}\right)\left(2\sqrt{5}-6\sqrt{11}\right)$
3. $\left(-2\sqrt{3}+4\right)^2$

Exercice 7

Supprimer la racine carrée du dénominateur des fractions suivantes.

1. $A=\dfrac{5}{9+6\sqrt{5}}$
2. $A=\dfrac{11}{9+3\sqrt{2}}$
3. $A=\dfrac{2}{6-4\sqrt{5}}$
4. $A=\dfrac{9}{6-5\sqrt{2}}$

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $(2x-7)(-7x+4)=0$
2. $(8x+1)(9x+7)=0$
3. $(5x-4)(-7x+2)=0$

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $(-3x-6)(4x+7)+(-3x-6)(5x+4)=0$
2. $(-4x+6)(-x+4)-(-4x+6)(-7x+5)=0$
3. $(-3x+9)^2+(-3x+9)(-x-9)=0$
4. $(8x+7)(4x-6)-(8x+7)^2=0$
5. $(7x-1)(-6x+6)=(7x-1)(-3x-1)$
6. $(9x-6)(-6x-3)+(9x-6)(9x-7)=0$

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $x^2-9=0$
2. $x^2-25=0$
3. $x^2-81=0$

Exercice 11

1. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-7+6x}{x-1}=0$.
2. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-2}{5x-7}=\dfrac{-5}{5x-6}$.
3. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{3x^2+147}{4x+4}=0$.
4. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-4+2x}{-7x-6}=-8$.
5. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{4+2x}{3x+8}=-4$.
6. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-x+9}{9x-6}=0$.

Corrigé de l'exercice 1

$A = (3x+5)(2x-5) + (5x+4)(2x-5)$
On remarque que $(2x-5)$ est un facteur commun.
$A = \mathbf{(3x+5)(2x-5)} + \mathbf{(5x+4)(2x-5)}$
$A = \mathbf{(2x-5)(3x+5+5x+4)}$
$A = \mathbf{(2x-5)(8x+9)}$

$D = (5x-4)(3x-4) - (3x-4)(3x+5)$
On remarque que $(3x-4)$ est un facteur commun.
$D = \mathbf{(5x-4)(3x-4)} - \mathbf{(3x-4)(3x+5)}$
$D = \mathbf{(3x-4)(5x-4-(3x+5))}$
$D = \mathbf{(3x-4)(5x-4-3x-5)}$
$D = \mathbf{(3x-4)(2x-9)}$

$B = (5x-3)(3x-3) + (3x-3)(x+2)$
On remarque que $(3x-3)$ est un facteur commun.
$B = \mathbf{(5x-3)(3x-3)} + \mathbf{(3x-3)(x+2)}$
$B = \mathbf{(3x-3)(5x-3+x+2)}$
$B = \mathbf{(3x-3)(6x-1)}$

$E = x(3x+4) - 3(3x+4)$ On remarque que $(3x+4)$ est un facteur commun.
$= \mathbf{x(3x+4)} - \mathbf{3(3x+4)}$
$= \mathbf{(3x+4)(x-3)}$

$C = 2(x+1) + x(x+1)$ On remarque que $(x+1)$ est un facteur commun.
$= \mathbf{2(x+1)} + \mathbf{x(x+1)}$
$= \mathbf{(x+1)(2+x)}$

$F = 4(2x+2) - x(2x+2)$ On remarque que $(2x+2)$ est un facteur commun.
$= \mathbf{4(2x+2)} - \mathbf{x(2x+2)}$
$= \mathbf{(2x+2)(4-x)}$

Corrigé de l'exercice 2

1. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = 7x+2$ et $b = 5x-2$.

$$\begin{aligned}(7x+2)^2 - (5x-2)^2 &= [(7x+2)-(5x-2)]\,[(7x+2)+(5x-2)]\\ &= (7x+2-5x+2)(7x+2+5x-2)\\ &= 12x(2x+4)\end{aligned}$$

2. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = -2x+2$ et $b = 2x-8$.

$$\begin{aligned}(-2x+2)^2 - (2x-8)^2 &= [(-2x+2)-(2x-8)]\,[(-2x+2)+(2x-8)]\\ &= (-2x+2-2x+8)(-2x+2+2x-8)\\ &= -6(-4x+10)\end{aligned}$$

3. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = 2x-5$ et $b = 9x+5$.

$$\begin{aligned}(2x-5)^2 - (9x+5)^2 &= [(2x-5)-(9x+5)]\,[(2x-5)+(9x+5)]\\ &= (2x-5-9x-5)(2x-5+9x+5)\\ &= 11x(-7x-10)\end{aligned}$$

4. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = 4x-1$ et $b = 2x+2$.

$$\begin{aligned}(4x-1)^2 - (2x+2)^2 &= [(4x-1)-(2x+2)]\,[(4x-1)+(2x+2)]\\ &= (4x-1-2x-2)(4x-1+2x+2)\\ &= (2x-3)(6x+1)\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 3

1. $x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \times 7 \times x + 7^2 = (x+7)^2$

2. $x^2 - 18x + 81 = x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2 = (x-9)^2$

3. $x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x-9)(x+9)$

4. $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$

5. $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2 = (x-4)^2$

Corrigé de l'exercice 4

$A = \dfrac{5}{6} \times \dfrac{2}{8} - \dfrac{2}{6}$

$A = \dfrac{10}{48} - \dfrac{2}{6}$

$A = \dfrac{10}{48} - \dfrac{16}{48}$

$A = \dfrac{-6}{48}$

$A = -\dfrac{1\mathbf{\times 6}}{8\mathbf{\times 6}} = -\dfrac{1}{8}$

$B = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{4}{2} + \dfrac{3}{8}$

$B = \dfrac{20}{16} + \dfrac{3}{8}$

$B = \dfrac{20}{16} + \dfrac{6}{16}$

$B = \dfrac{26}{16}$

$B = \dfrac{13\mathbf{\times 2}}{8\mathbf{\times 2}} = \dfrac{13}{8}$

$C = \dfrac{6}{2} \times \dfrac{5}{3} - \dfrac{7}{2}$

$C = \dfrac{30}{6} - \dfrac{7}{2}$

$C = \dfrac{30}{6} - \dfrac{21}{6}$

$C = \dfrac{9}{6}$

$C = \dfrac{3\mathbf{\times 3}}{2\mathbf{\times 3}} = \dfrac{3}{2}$

$D = \dfrac{4}{7} - \dfrac{9}{7} \times \dfrac{4}{5}$

$D = \dfrac{4}{7} - \dfrac{36}{35}$

$D = \dfrac{20}{35} - \dfrac{36}{35}$

$D = \dfrac{-16}{35}$

$E = \dfrac{1}{8} + \dfrac{9}{8} \times \dfrac{3}{3}$

$E = \dfrac{1}{8} + \dfrac{27}{24}$

$E = \dfrac{3}{24} + \dfrac{27}{24}$

$E = \dfrac{30}{24}$

$E = \dfrac{5\mathbf{\times 6}}{4\mathbf{\times 6}} = \dfrac{5}{4}$

Corrigé de l'exercice 5

1. On cherche le plus grand carré parfait diviseur de 45, 245 et 80.
   On trouve $45 = 9 \times 5$, $245 = 49 \times 5$ et $80 = 16 \times 5$
   On a donc : $\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3 \times \sqrt{5}$, $\sqrt{245} = \sqrt{7^2 \times 5} = 7 \times \sqrt{5}$ et $\sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4 \times \sqrt{5}$
   On en déduit que : $A = 8 \times 3 \times \sqrt{5} + 6 \times 7 \times \sqrt{5} - 2 \times 4 \times \sqrt{5}$
   $A = 24 \times \sqrt{5} + 42 \times \sqrt{5} - 8 \times \sqrt{5}$
   $A = (24 + 42 - 8) \times \sqrt{5} = 58\sqrt{5}$

2. On cherche le plus grand carré parfait diviseur de 12, 27 et 48.
   On trouve $12 = 4 \times 3$, $27 = 9 \times 3$ et $48 = 16 \times 3$
   On a donc : $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2 \times \sqrt{3}$, $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3 \times \sqrt{3}$ et $\sqrt{48} = \sqrt{4^2 \times 3} = 4 \times \sqrt{3}$
   On en déduit que : $B = -5 \times 2 \times \sqrt{3} - 2 \times 3 \times \sqrt{3} - 3 \times 4 \times \sqrt{3}$
   $B = -10 \times \sqrt{3} - 6 \times \sqrt{3} - 12 \times \sqrt{3}$
   $B = (-10 - 6 - 12) \times \sqrt{3} = -28\sqrt{3}$

Corrigé de l'exercice 6

1. $\left(-4\sqrt{6} + 6\right)\left(-4\sqrt{6} - 6\right) = \left(-4\sqrt{6}\right)^2 - 6^2$
   $= (-4)^2 \times 6 - 36$
   $= 96 - 36$
   $= 60$

2. $\left(2\sqrt{5} + 6\sqrt{11}\right)\left(2\sqrt{5} - 6\sqrt{11}\right) = \left(2\sqrt{5}\right)^2 - \left(6\sqrt{11}\right)^2$
   $= 2^2 \times 5 - 6^2 \times 11$
   $= 20 - 396$
   $= -376$

3. $\left(-2\sqrt{3} + 4\right)^2 = \left(-2\sqrt{3}\right)^2 + 2 \times (-2)\sqrt{3} \times 4 + 4^2$
   $= (-2)^2 \times 3 - 16\sqrt{3} + 16$
   $= 12 - 16\sqrt{3} + 16$
   $= 28 - 16\sqrt{3}$

Corrigé de l'exercice 7

1. Pour lever l'irrationnalité du dénominateur d'une fraction, la stratégie consiste à utiliser sa "quantité conjuguée" pour faire apparaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ au dénominateur.
   Ici, il faut donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $9 - 6\sqrt{5}$.

$$A = \frac{5}{9+6\sqrt{5}}$$
$$= \frac{5 \times (9-6\sqrt{5})}{(9+6\sqrt{5})(9-6\sqrt{5})}$$
$$= \frac{45-30\sqrt{5}}{(9)^2-\left(6\sqrt{5}\right)^2}$$
$$= \frac{45-30\sqrt{5}}{81-(36\times 5)}$$
$$= \frac{45-30\sqrt{5}}{81-180}$$
$$= \frac{45-30\sqrt{5}}{-99}$$
$$= \frac{15-10\sqrt{5}}{-33}$$
$$= \frac{-15+10\sqrt{5}}{33}$$

2. Pour lever l'irrationnalité du dénominateur d'une fraction, la stratégie consiste à utiliser sa "quantité conjuguée" pour faire apparaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ au dénominateur.
   Ici, il faut donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $9 - 3\sqrt{2}$.

$$A = \frac{11}{9+3\sqrt{2}}$$
$$= \frac{11 \times (9-3\sqrt{2})}{(9+3\sqrt{2})(9-3\sqrt{2})}$$
$$= \frac{99-33\sqrt{2}}{(9)^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2}$$
$$= \frac{99-33\sqrt{2}}{81-(9\times 2)}$$
$$= \frac{99-33\sqrt{2}}{81-18}$$
$$= \frac{99-33\sqrt{2}}{63}$$
$$= \frac{33-11\sqrt{2}}{21}$$

3. Pour lever l'irrationnalité du dénominateur d'une fraction, la stratégie consiste à utiliser sa "quantité conjuguée" pour faire apparaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ au dénominateur.
   Ici, il faut donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $6 + 4\sqrt{5}$.

$$A = \frac{2}{6-4\sqrt{5}}$$
$$= \frac{2 \times (6+4\sqrt{5})}{(6-4\sqrt{5})(6+4\sqrt{5})}$$
$$= \frac{12+8\sqrt{5}}{(6)^2-\left(4\sqrt{5}\right)^2}$$
$$= \frac{12+8\sqrt{5}}{36-(16\times 5)}$$
$$= \frac{12+8\sqrt{5}}{36-80}$$
$$= \frac{12+8\sqrt{5}}{-44}$$
$$= \frac{3+2\sqrt{5}}{-11}$$
$$= \frac{-3-2\sqrt{5}}{11}$$

4. Pour lever l'irrationnalité du dénominateur d'une fraction, la stratégie consiste à utiliser sa "quantité conjuguée" pour faire apparaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ au dénominateur.
   Ici, il faut donc multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $6 + 5\sqrt{2}$.

$$A = \frac{9}{6-5\sqrt{2}}$$
$$= \frac{9 \times (6+5\sqrt{2})}{(6-5\sqrt{2})(6+5\sqrt{2})}$$
$$= \frac{54+45\sqrt{2}}{(6)^2-\left(5\sqrt{2}\right)^2}$$
$$= \frac{54+45\sqrt{2}}{36-(25\times 2)}$$
$$= \frac{54+45\sqrt{2}}{36-50}$$
$$= \frac{54+45\sqrt{2}}{-14}$$
$$= \frac{-54-45\sqrt{2}}{14}$$

Corrigé de l'exercice 8

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $(2x-7)(-7x+4) = 0$
   $\iff 2x - 7 = 0$ ou $-7x + 4 = 0$
   $\iff 2x = 7$ ou $-7x = -4$
   $\iff x = \frac{7}{2}$ ou $x = \frac{-4}{-7}$
   On en déduit : $S = \left\{\frac{4}{7}; \frac{7}{2}\right\}$

2. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(8x+1)(9x+7)=0$
$\iff 8x+1=0$ ou $9x+7=0$
$\iff 8x=-1$ ou $9x=-7$
$\iff x=\dfrac{-1}{8}$ ou $x=\dfrac{-7}{9}$
On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{7}{9};-\dfrac{1}{8}\right\}$

3. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(5x-4)(-7x+2)=0$
$\iff 5x-4=0$ ou $-7x+2=0$
$\iff 5x=4$ ou $-7x=-2$
$\iff x=\dfrac{4}{5}$ ou $x=\dfrac{-2}{-7}$
On en déduit : $S=\left\{\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{5}\right\}$

Corrigé de l'exercice 9

1. $(-3x-6)(4x+7)+(-3x-6)(5x+4)=0$
On observe que $(-3x-6)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\quad(\underline{-3x-6})(4x+7)+(\underline{-3x-6})(5x+4)=0$
$\iff (\underline{-3x-6})\Big((4x+7)+(5x+4)\Big)=0$
$\iff (-3x-6)(9x+11)=0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff -3x-6=0 \quad$ ou bien $\quad 9x+11=0$
$\iff x=-\dfrac{6}{3} \quad$ ou $\quad x=-\dfrac{11}{9}$
On en déduit : $S=\left\{-2;-\dfrac{11}{9}\right\}$

2. $(-4x+6)(-x+4)-(-4x+6)(-7x+5)=0$
On observe que $(-4x+6)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\quad(\underline{-4x+6})(-x+4)-(\underline{-4x+6})(-7x+5)=0$
$\iff (\underline{-4x+6})\Big((-x+4)-(-7x+5)\Big)=0$
$\iff (-4x+6)(-x+4+7x-5)=0$
$\iff (-4x+6)(6x-1)=0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff -4x+6=0 \quad$ ou bien $\quad 6x-1=0$
$\iff x=\dfrac{6}{4} \quad$ ou $\quad x=\dfrac{1}{6}$
On en déduit : $S=\left\{\dfrac{1}{6};\dfrac{3}{2}\right\}$

3. $(-3x+9)^2+(-3x+9)(-x-9)=0$
$(-3x+9)(-3x+9)+(-3x+9)(-x-9)=0$
On observe que $(-3x+9)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\quad(\underline{-3x+9})(-3x+9)+(\underline{-3x+9})(-x-9)=0$
$\iff (\underline{-3x+9})\Big((-3x+9)+(-x-9)\Big)=0$

$\iff (-3x+9)(-3x+9)-x-9)=0$
$\iff (-3x+9)(-4x)=0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff -3x+9=0 \quad$ ou bien $\quad -4x=0$
$\iff x=\dfrac{9}{3} \quad$ ou $\quad x=0$
On en déduit : $S=\{0;3\}$

4. $(8x+7)(4x-6)-(8x+7)^2=0$
$(8x+7)(4x-6)-(8x+7)(8x+7)=0$
On observe que $(8x+7)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\quad (\underline{8x+7})(4x-6)-(\underline{8x+7})(8x+7)=0$
$\iff (\underline{8x+7})\Big((4x-6)-(8x+7)\Big)=0$
$\iff (8x+7)(4x-6-8x-7))=0$
$\iff (8x+7)(-4x-13)=0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff 8x+7=0 \quad$ ou bien $\quad -4x-13=0$
$\iff x=-\dfrac{7}{8} \quad$ ou $\quad x=-\dfrac{13}{4}$
On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{13}{4};-\dfrac{7}{8}\right\}$

5. Deux nombres sont égaux si et seulement si leur différence est nulle.
$\quad (7x-1)(-6x+6)=(7x-1)(-3x-1)$
$\iff (7x-1)(-6x+6)-(7x-1)(-3x-1)=0$
On observe que $(7x-1)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\quad (\underline{7x-1})(-6x+6)-(\underline{7x-1})(-3x-1)=0$
$\iff (\underline{7x-1})\Big((-6x+6)-(-3x-1)\Big)=0$
$\iff (7x-1)(-6x+6+3x+1)=0$
$\iff (7x-1)(-3x+7)=0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(7x-1)(-3x+7)=0$
$\iff 7x-1=0$ ou $-3x+7=0$
$\iff 7x=1$ ou $-3x=-7$
$\iff x=\dfrac{1}{7}$ ou $x=\dfrac{-7}{-3}$
On en déduit : $S=\left\{\dfrac{1}{7};\dfrac{7}{3}\right\}$

6. $(9x-6)(-6x-3)+(9x-6)(9x-7)=0$
On observe que $(9x-6)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\quad (\underline{9x-6})(-6x-3)+(\underline{9x-6})(9x-7)=0$
$\iff (\underline{9x-6})\Big((-6x-3)+(9x-7)\Big)=0$
$\iff (9x-6)(3x-10)=0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff 9x-6=0 \quad$ ou bien $\quad 3x-10=0$
$\iff x=\dfrac{6}{9} \quad$ ou $\quad x=\dfrac{10}{3}$

On en déduit : $S = \left\{\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right\}$

Corrigé de l'exercice 10

1. $x^2 - 9 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 3$
   On obtient alors :
   $x^2 - 9 = 0$
   $x^2 - 3^2 = 0 \iff (x-3)(x+3) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $\iff x - 3 = 0$ ou bien $x + 3 = 0$
   $\iff x = 3$ ou bien $x = -3$
   $\iff S = \{-3; 3)$

2. $x^2 - 25 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 5$
   On obtient alors :
   $x^2 - 25 = 0$
   $x^2 - 5^2 = 0 \iff (x-5)(x+5) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $\iff x - 5 = 0$ ou bien $x + 5 = 0$
   $\iff x = 5$ ou bien $x = -5$
   $\iff S = \{-5; 5)$

3. $x^2 - 81 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 9$
   On obtient alors :
   $x^2 - 81 = 0$
   $x^2 - 9^2 = 0 \iff (x-9)(x+9) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $\iff x - 9 = 0$ ou bien $x + 9 = 0$
   $\iff x = 9$ ou bien $x = -9$
   $\iff S = \{-9; 9)$

Corrigé de l'exercice 11

1. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
   Or $x - 1 = 0$ si et seulement si $x = 1$.
   Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\{1\}$.
   Pour tout $x \in \mathbb{R} \smallsetminus \{1\}$,
   $\dfrac{-7+6x}{x-1} = 0$
   $-7 + 6x = 0$ car $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$ si et seulement si $A(x) = 0$ et $B(x) \neq 0$
   $x = \dfrac{7}{6}$
   $\dfrac{7}{6}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S} = \left\{\dfrac{7}{6}\right\}$.

2. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent les dénominateurs des quotients, puisque la division par 0 n'existe pas.
Or $5x-7=0$ si et seulement si $x=\frac{7}{5}$ et $5x-6=0$ si et seulement si $x=\frac{6}{5}$.
Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\left\{\frac{6}{5}\,;\,\frac{7}{5}\right\}$.
Pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{6}{5}\,;\,\frac{7}{5}\right\}$,

$$\begin{aligned}\frac{-2}{5x-7}&=\frac{-5}{5x-6}\\-5\times(5x-7)&=-2\times(5x-6)\qquad\text{car les produits en croix sont égaux.}\\-25x+35&=-10x+12\\-15x&=-23\\x&=\frac{23}{15}\end{aligned}$$

$\frac{23}{15}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S}=\left\{\frac{23}{15}\right\}$.

3. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
Or $4x+4=0$ si et seulement si $x=-1$.
Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\{-1\}$.
Pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$,

$$\begin{aligned}\frac{3x^2+147}{4x+4}&=0\\3x^2+147&=0\qquad\text{car }\frac{A(x)}{B(x)}=0\text{ si et seulement si }A(x)=0\text{ et }B(x)\neq0\\3x^2&=-147\\x^2&=-49\end{aligned}$$

Puisque $-49<0$, cette équation n'a pas de solution, donc l'ensemble des solutions est $\mathscr{S}=\varnothing$.

4. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
Or $-7x-6=0$ si et seulement si $x=-\frac{6}{7}$.
Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\left\{-\frac{6}{7}\right\}$.
Pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{6}{7}\right\}$,

$$\begin{aligned}\frac{-4+2x}{-7x-6}&=-8\\-4+2x&=-8\times(-7x-6)\qquad\text{car les produits en croix sont égaux.}\\2x-4&=56x+48\\-54x&=52\\x&=-\frac{26}{27}\end{aligned}$$

$-\frac{26}{27}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S}=\left\{-\frac{26}{27}\right\}$.

5. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
Or $3x+8=0$ si et seulement si $x=-\frac{8}{3}$.
Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\left\{-\frac{8}{3}\right\}$.
Pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{8}{3}\right\}$,

$$\frac{4+2x}{3x+8} = -4$$
$$4+2x = -4 \times (3x+8) \qquad \text{car les produits en croix sont égaux.}$$
$$2x+4 = -12x-32$$
$$14x = -36$$
$$x = -\frac{18}{7}$$
$-\dfrac{18}{7}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{18}{7}\right\}$.

6. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
   Or $9x-6=0$ si et seulement si $x = \dfrac{2}{3}$.
   Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\left\{\dfrac{2}{3}\right\}$.
   Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{2}{3}\right\}$,
   $$\frac{-x+9}{9x-6} = 0$$
   $$-x+9 = 0 \qquad \text{car } \frac{A(x)}{B(x)} = 0 \text{ si et seulement si } A(x)=0 \text{ et } B(x) \neq 0$$
   $$x = 9$$
   9 n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S} = \{9\}$.