# COMMENT MONTRER UNE EGALITE ? $2^{de}$

Quatre méthodes principales répondent à cette question. Les voici :

- **$1^{re}$ méthode** : On transforme le $1^{er}$ membre pour obtenir le $2^{nd}$ ou inversement.

  Par exemple : Montrer que $(x-4)^2+2x(x+5)-17=3x^2+2x-1$.

  Ou, par exemple : Montrer que $-2x^2+8x-2=6-2(x-2)^2$.

- **$2^{ème}$ méthode** : Séparer les deux expressions et constater qu'elles sont égales à une même troisième.
  Par exemple : Montrer que $(x-2)^2-1=(x-3)(x-1)$.

- **$3^{ème}$ méthode :** Montrer que la différence des deux expressions est nulle.

  Par exemple : Montrer que pour tout nombre $x \neq 1, \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}=\frac{x+2}{x-1}$.

**Remarque** Une autre possibilité aurait été d'utiliser le produit en croix.

- **4ème méthode :** Lorsque des expressions sont **de même signe**, montrer que leurs carrés sont égaux.
  Par exemple, on a $1+2\sqrt{3}=\sqrt{13+4\sqrt{3}}$ (*)
  Tout d'abord, ce sont deux nombres positifs. Puis, $\left(1+2\sqrt{3}\right)^2=1+4\sqrt{3}+12=13+4\sqrt{3}$ et $\sqrt{13+4\sqrt{3}}^2=13+4\sqrt{3}$. $\left(1+2\sqrt{3}\right)^2$ et $\sqrt{13+4\sqrt{3}}^2$ sont égaux. On a donc bien l'égalité (*).

**Exercice**

Démontrer les égalités suivantes en utilisant une des méthodes précédentes.

1. $x^2+2x-1=(x+1)^2-2$ ;
2. $-4(x-2)^2+1=(2x-5)(3-2x)$ ;
3. $xy=\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2$ ;
4. $\frac{1}{2x-3}+2=\frac{4x-5}{2x-3}$ ;
5. $3x^2+7x=3[\left(x+\frac{7}{6}\right)^2-\frac{49}{36}]$ ;
6. $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$ ;
7. $\left(-\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}y\right)^2=\frac{(x+4y)^2}{9}$ ;
8. $-x^2+2\sqrt{2}x=-\left(x-\sqrt{2}\right)^2+2$ ;
9. $4a(ax^2+bx+c)=(2ax+b)^2-(b^2-4ac)$ ;
10. $\left(\sqrt{2}x-3\sqrt{2}\right)^2=2(3-x)^2$ ;
11. $\frac{2x+1}{x-3}=2+\frac{5}{x-2}$ ;
12. $\frac{2x^2+x-10}{x^2-4}=\frac{2x+5}{x+2}$ ;
13. $\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{2}}=-\sqrt{5}+\sqrt{10}$ ; (indication : penser au produit en croix)
14. $1+q+q^2=\frac{q^3-1}{q-1}$, pour $q\neq 1$ (indication : penser au produit en croix) ;
15. $\sqrt{t^2+3}-t=\frac{3}{\sqrt{t^2+3}+t}$ ;
16. $3+5\sqrt{2}=\sqrt{59+30\sqrt{2}}$ ;
17. $\frac{3-\sqrt{18}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}=-3$.