<u>Exercice 1</u> *Trois questions indépendantes*

1. Donner le tableau de signes des fonctions f et g où $f(x)=\frac{1}{2}x+4$ et $g(x)=-\sqrt{3}x+3$.

2. Soit une fonction affine f telle que $f(x)=ax+b$ avec $a\neq 0$ dont voici le tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

a. Donner le signe de a.

b. Déterminer une relation entre a et b.

c. Sachant que l'image de a par la fonction carré est b donner l'expression de $f(x)$.

3. Soit une fonction affine g telle que $g(x)=ax+b$ dont voici le tableau de signes :

x	$-\infty$		9		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

a. Donner le signe de a.

b. Donner une relation entre a et b.

c. Sachant que l'image de $-a$ par la fonction inverse est b donner l'expression de $g(x)$.

<u>Exercice 2</u>

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $\left(\frac{1}{2}x-6\right)(-5x+10)>0$

2. $x^2-4\geq 12$

3. $16x^2+8x+1>x(4x+1)$

4. $49-(3+x)^2\leq 0$

5. $(8x-1)^2>(5x+2)(8x-1)$

6. $(2x-4)^2-(x+8)^2\leq 0$

7. $x(x-2)>3x$

8. $4x^3-12x^2+9x>0$

9. $\frac{2x+3}{x+1}\leq 1$

10. $\frac{2x+3}{x+1}<\frac{1+5x}{2x+2}$

11. $\frac{x-1}{x}\leq\frac{x}{x-1}$

12. $\frac{2x}{3}>\frac{1}{2x}-x$

13. $\frac{3x-4}{x^2}>\frac{1}{x}$

14. $\frac{2x-1}{x+3}+\frac{3x}{x-3}\leq\frac{2x^2+3}{x^2-9}$

<u>Exercice 3</u>

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=x^3-2x^2+4 \text{ et } g(x)=x+2$$

1. Montrer que l'inéquation $f(x)\geq g(x)$ est équivalente à $(x-2)(x^2-1)\geq 0$.

2. Résoudre $f(x)\geq g(x)$.

<u>Exercice 4</u> *L'offre et la demande*

Le prix x d'un article est compris entre 20€ et 50€. <u>L'offre</u> est le nombre d'articles qu'une entreprise décide de proposer aux consommateurs de x €. <u>La demande</u> est le nombre probable d'articles achetés par les consommateurs quand l'article est proposé à ce même prix de x €. La demande se calcule avec $d(x)=-750x+45000$. L'offre se calcule avec $f(x)=-\frac{500000}{x}+35000$. $f(x)$ et $d(x)$ s'expriment en milliers d'articles.

Le but de cet exercice est de trouver pour quels prix <u>l'offre est supérieure à la demande</u>.

1. Ecrire une inéquation traduisant le problème posé.

2. Démontrer que l'inéquation $f(x) \geq d(x)$ s'écrit aussi $750x^2 - 10\,000x > 500\,000$.

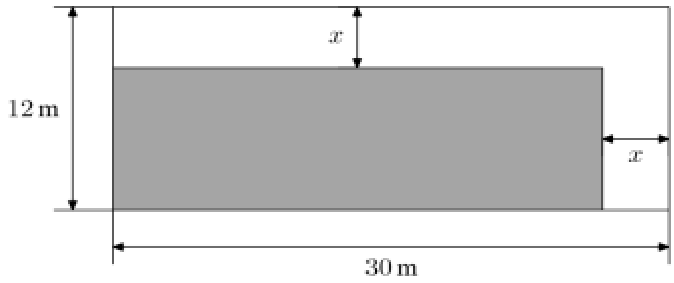
3. Démontrer alors qu'elle peut aussi s'écrire $3x^2 - 40x - 2000 > 0$.

4. **a.** Démontrer que pour tout x : $3x^2 - 40x - 2000 = (x + 20)(3x - 100)$

b. En déduire les solutions de $f(x) \geq d(x)$ puis conclure.

Exercice 5

Un terrain rectangulaire, représenté ci-dessous, a pour longueur 30 mètres et pour largeur 12 mètres.
On veut aménager un chemin de largeur x le long de deux côtés consécutifs. On souhaite que la partie restante ait une aire supérieure ou égale à 280 mètres carrés et que la largeur de l'allée soit supérieure ou égale à 0,8 mètre.



1. Écrire les inéquations traduisant les contraintes de l'énoncé.

2. Vérifier l'égalité $x^2 - 42x + 80 = (x - 2)(x - 40)$.

3. Résoudre les inéquations de la question **1** et en déduire les valeurs possibles pour la largeur x de l'allée.