Formulaire : Toute la Géométrie du Collège — 2nde

Comment trouver la propriété dont vous avez besoin ? Grâce à la table des matières bien sûr !!

Table des matières

Objectifs : *Liste à cocher au fur et à mesure de vos révisions*

- ☐ Savoir comment prouver qu'un énoncé est vrai (propriétés...)
- ☐ Savoir ce qu'est un contre-exemple et savoir l'utiliser pour prouver qu'un énoncé est faux.
- ☐ Savoir écrire la réciproque d'un énoncé de la forme : « Si..... , alors........ ».
- ☐ Savoir différencier une propriété de sa réciproque et, entre les deux, choisir le bon énoncé pour le problème posé.
- ☐ Connaître les propriétés de ce formulaire. Je sais que vous allez dire que cela fait beaucoup de propriétés d'un coup sauf que ce n'est pas « d'un coup » puisque vous travaillez sur ces propriétés depuis quatre ans.

I. Rappels sur la logique et les démonstrations (mon cours de 5ème)

A. Vrai et Faux en mathématiques

Ce n'est pas exactement la même chose que dans le langage courant. Par exemple, « *Les garçons sont plus grands que les filles* » est un énoncé que, dans la vie courante, on qualifiera de « *en général vrai* » mais il est *faux* au sens des mathématiques.

P 1. Règles

● Un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux.

Vrai en mathématique = « Il n'existe aucun cas où c'est faux. »

Faux en mathématique= « Il existe au moins un cas où c'est faux. »

● Pour montrer qu'un énoncé est vrai, il faut en général utiliser des propriétés.

Attention !! vérifier qu'un énoncé est vrai pour quelques exemples (et même pour dix milliards d'exemples) ne suffit pas à prouver qu'il est vrai.

● Pour montrer qu'un énoncé est faux, il suffit de trouver un ***contre-exemple***, c'est à dire un exemple pour lequel l'énoncé est faux.

B. Réciproque d'un énoncé

Exemple 1.

Voici un énoncé : « Si un nombre est pair , alors il est multiple de 4 ».

Voici a réciproque : « Si un nombre est multiple de 4 , alors il est est pair ».

Sont-ils vrais ou faux ?

Définition 2. La réciproque de « *Si* ☐, *alors* O. » est « *Si* O, *alors* ☐. » où vous pouvez remplir les boites rondes et carrées par la phrase de votre choix

Autrement dit, pour passer d'un énoncé à sa réciproque, on intervertit les données et la la conclusion.

Remarque : Un énoncé et sa réciproque peuvent être tous les deux vrais, ou tous les deux faux, ou l'un vrai et l'autre faux.

C. Point-méthode : Comment faire des démonstrations ?

Lorsque la question est la forme « *Prouvez que ….* », « *Démontrez que ….* », « Que peut-on dire des droites / des segments / ..etc. *Justifiez votre réponse*. », on attend en général une démonstration.

P 3. Règles du jeu des démonstrations

La démarche : On part des donnés de l'exercice (écrites dans le texte ou codées sur le dessin) et, grâce aux théorèmes du cours, on arrive à la conclusion souhaitée.

Autrement dit :

Les **données** de l'énoncé
= Point de départ

Les **propriétés** du cours →

La **conclusion**
= ce qu'on doit prouver
= Point de d'arrivée

On n'invente pas de données. Les donnés sont précisées dans l'exercice, soit dans le texte, soit sur le dessin.

Par exemple, si des droites *semblent* perpendiculaires sur le dessin mais que rien dans l'énoncé ne dit qu'elles sont perpendiculaires (ni une phrase du texte ni le symbole de perpendicularité sur le dessin), on ne peut pas supposer qu'elles le sont.

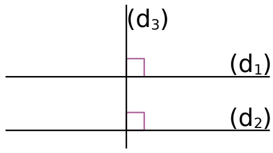
On n'invente pas de propriétés. On doit utiliser exclusivement celles du cours (ou du livre).

C'est un peu comme quand on joue aux cartes : On doit partir des cartes que l'on a (= les données de l'énoncé) et jouer en respectant les règles du jeu (= les propriétés). On ne peut ni changer les cartes que l'on a (= on ne peut pas changer les données), ni utiliser des cartes que l'on n'a pas dans son jeu (= on ne peut pas inventer des données), ni modifier les règles du jeu (les propriétés), ni inventer de nouvelles règles (= on peut pas inventer de nouvelles propriétés).

II. Droites

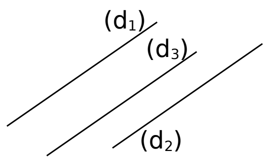
A. Droites parallèles et perpendiculaires

P4. *Si* deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite *alors* elles sont parallèles entre elles.



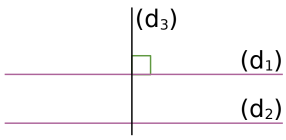
$(d_1)\perp(d_3)$ et $(d_2)\perp(d_3)$ d'où $(d_1)//(d_2)$

P5. *Si* deux droites sont parallèles à une même troisième droite *alors* elles sont parallèles entre elles.



$(d_1)//(d_3)$ et $(d_2)//(d_3)$ d'où $(d_1)//(d_2)$

P6. *Si* deux droites sont parallèle *alors* toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

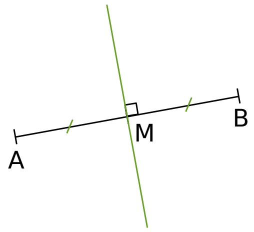


$(d_1)//(d_2)$ et $(d_1)\perp(d_3)$ d'où $(d_2)\perp(d_3)$

B. Droites remarquables : médiatrices, médianes, hauteurs, bissectrices

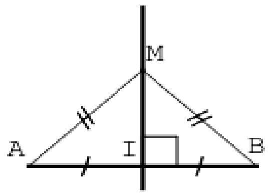
1. Médiatrice d'un segment et point équidistant de deux autres points

Définition 7. La ***médiatrice*** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.



P8. *Si* un point est sur la médiatrice d'un segment *alors* il est équidistant[1] des extrémités de ce segment.

P9. [Réciproque[2]] *Si* un point est équidistant des extrémités d'un segment *alors* ce point appartient à la médiatrice de ce segment.



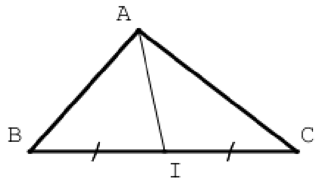
▪ *Si M est un point de la médiatrice de* [AB] *alors* $AM = BM$.

▪ *Si* $AM = BM$ *alors M est un point de la médiatrice de* [AB].

2. Médianes d'un triangle

Définition 10. Une ***médiane*** d'un triangle est une droite (ou un segment) qui joint un sommet au milieu du côté opposé.

▪ Tout triangle a trois médianes (une par sommet).

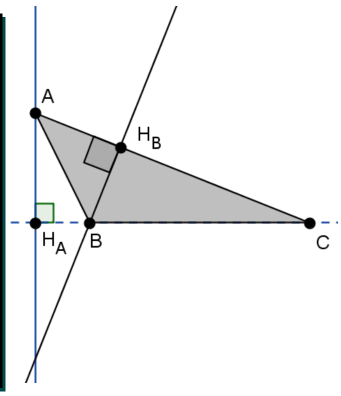


3. Hauteurs d'un triangle

Définitions 11. Une ***hauteur*** d'un triangle est une droite (ou un segment) qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire à la droite obtenue en prolongeant si nécessaire le côté opposé.

▪ Dans le triangle ABC, la hauteur qui passe par A (et qui est donc perpendiculaire à (BC)) est appelée ***la hauteur issue de A***.

▪ Tout triangle a trois hauteurs (une par sommet).



▪ (AH_A) *est la hauteur issue de A. Elle est perpendiculaire à la droite* (BC).

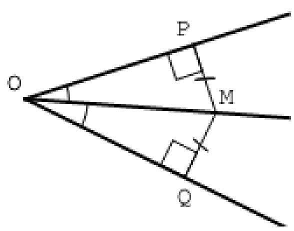
▪ (BH_B) *est la hauteur issue de B. Elle est perpendiculaire à* (AC).

4. Bissectrice d'un angle et point équidistant de deux droites sécantes

Définition 12. La ***bissectrice*** d'un angle est son axe de symétrie. Elle coupe l'angle en deux angles de même mesure.

P13. *Si* un point est sur la bissectrice d'un angle *alors* il est équidistant des côtés de l'angle.

P14. [Réciproque] *Si* un point est équidistant des côtés d'un angle *alors* ce point appartient à la bissectrice de cet angle.



▪ *Si M est un point de la bissectrice de* $\widehat{POQ}$ *alors* $MP = MQ$.

▪ *Si* $MP = MQ$ *alors M est un point de la bissectrice de* $\widehat{POQ}$.

---

[1] *Équidistant signifie « à la même distance ».*

[2] *Voir page 2 les explications sur la réciproque d'un énoncé mathématiques.*

III. Symétrie par rapport à une droite et symétrie par rapport à un point

Définition 15. Symétrie par rapport à un point = symétrie centrale :

Une ***symétrie centrale*** est un demi-tour autour d'un point. Ce point est appelé ***centre de symétrie*** d'où le nom de symétrie centrale. On dit que les points ***A et A' sont symétriques par rapport au point O*** si O est le milieu du segment [AA']. On dit aussi que le point ***A' est le symétrique du point A dans la symétrie de centre O*** ou que le point ***A' est l'image du point A par la symétrie de centre O***.

Les points A et A' sont symétriques par rapport à O et les triangles ABC et A'B'C' aussi.

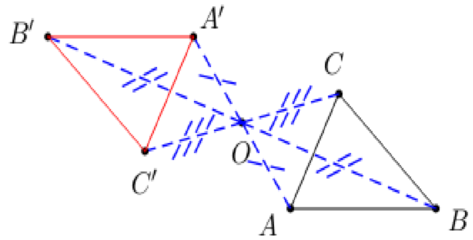


Figure 1

Définition 16. Symétrie par rapport à une droite = symétrie axiale :

On dit que les points ***A et A' sont symétriques par rapport à la droite (d)*** si (*d*) est la médiatrice du segment [AA'].

On dit aussi le point ***A' est le symétrique du point A dans la symétrie par rapport à (d)*** ou que le point ***A' est l'image du point A par la symétrie par rapport à (d).***

On dit que (*d*) est l'*axe* de symétrie d'où le nom symétrie *axiale*.

Les points A et A' sont symétriques par rapport à la droite (d) et les triangles ABC et A'B'C' aussi.

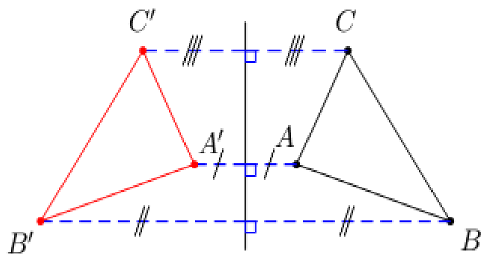


Figure 2

Propriétés communes aux symétrie centrales et axiales

P17. L'image d'une **droite** par une symétrie (centrale ou axiale) est une droite.

P18. L'image d'un **segment** par une symétrie (centrale ou axiale) est un segment. De plus, si deux **segments** sont symétriques par rapport à un point, alors ils ont la même longueur. On dit que *la symétrie centrale et la symétrie axiale conservent les longueurs*.

P19. L'image d'un **cercle** par une symétrie (centrale ou axiale) est un cercle. De plus, si deux **cercles** sont symétriques, alors ils ont le même rayon et leurs centres sont symétriques.

P20. Si deux **angles** sont symétriques par rapport à un point ou par rapport à une droite, alors ils ont la même mesure. On dit que *la symétrie centrale et la symétrie axiale conservent les angles*.

P21. Si deux figures sont symétriques par rapport à un point ou par rapport à une droite, alors elles ont le même **périmètre** et la même **aire**. On dit que *la symétrie centrale et la symétrie axiale conservent les périmètres et les aires.*

Propriété valables uniquement pour les symétrie centrales

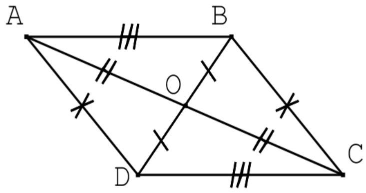
P22. Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.

Exemple : Sur la figure 1 ci-dessus, la droite (AB) (obtenue en prolongeant le segment [AB]) et son image par la symétrie centrale de centre O, la droite (A'B') sont parallèles. Idem pour (AC) et (A'C').

Par contre, deux droites symétriques par rapport à une droite ne sont pas forcément parallèles : Elles peuvent être sécantes et dans ce cas elles se coupent sur l'axe. Par exemple sur la figure 2 ci-dessus, la droite (AC) (obtenue en prolongeant le segment [AC]) et son image, la droite (A'C') se coupent sur l'axe. Idem pour (AB) et (A'B').

IV. Polygones

A. Parallélogrammes



Définition 23. Un ***parallélogramme*** est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles deux à deux.

Propriétés des parallélogrammes. A utiliser quand on sait que le quadrilatère est un parallélogramme.

P24. Un parallélogramme admet un **centre de symétrie** ; c'est le point d'intersection de ses diagonales.

Conséquences :

P25. Dans un parallélogramme, les diagonales ont même milieu.

P26. Dans un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure.

P27. Dans un parallélogramme, les angles consécutifs sont supplémentaires càd[3] que la somme de leurs mesures vaut 180° .

Comment reconnaître un parallélogramme ? A utiliser pour prouver que le quadrilatère est un parallélogramme.

P28. *Si* les **diagonales** d'un quadrilatère ont **même milieu**, *alors* c'est un parallélogramme.

P29. *Si* un quadrilatère a ses **côtés opposés parallèles deux à deux**, *alors* c'est un parallélogramme.

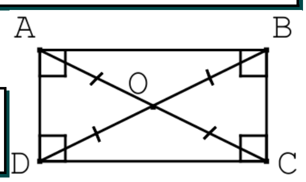
P30. Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur (deux à deux), alors c'est un parallélogramme.

P31. Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme. [le prouver pour deux côtés opposés suffit, on ne regarde même pas pas les deux autres côtés]

B. Parallélogrammes particuliers : rectangles, losanges, carrés

Propriété 32. Les rectangles, les losanges et les carrés sont des parallélogrammes particuliers ; ils possèdent donc **toutes les propriétés des parallélogrammes.**

1. Rectangles



Définition 33. Un ***rectangle*** est un quadrilatère ayant quatre angles droits.

Propriétés des rectangle. A utiliser quand on sait que le quadrilatère est un rectangle.

Un rectangle a toutes les propriétés des parallélogrammes (puisque c'en est un!) et en plus :

P34. Dans un rectangle, les diagonales ont la même longueur.

Comment reconnaître un rectangle ? A utiliser pour prouver qu'un quadrilatère est un rectangle.

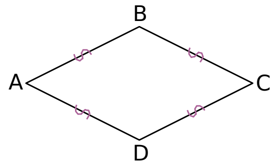
P35. *Si* un quadrilatère a 3 angles droits *alors* c'est un rectangle (*autrement dit le quatrième angle est forcément droit lui aussi*).

P36. *Si* un parallélogramme a ses diagonales de même longueur *alors* c'est un rectangle. [utilisable si on sait déjà ou si on a déjà prouvé que c'est un parallélogramme.]

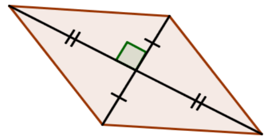
P37. *Si* un parallélogramme a un angle droit *alors* c'est un rectangle. [utilisable si on sait déjà ou si on a déjà prouvé que c'est un parallélogramme.]

[3] *càd = c'est à dire*

2. Losanges



Définition 38. Un ***losange*** est un quadrilatère ayant quatre côtés de la même longueur.



Propriétés des losanges. [A utiliser quand on sait que le quadrilatère est un losange]

Un losange a toutes les propriétés des parallélogrammes (puisque c'en est un!) et en plus :

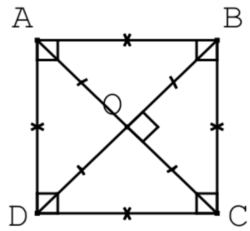
P39. Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires.

Comment reconnaître un losange ? [A utiliser pour prouver qu'un quadrilatère est un losange.]

P40. *Si* un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires *alors* c'est un losange. [utilisable si on sait déjà ou si on a déjà prouvé que c'est un parallélogramme.]

P41. *Si* un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur *alors* c'est un losange. [utilisable si on sait déjà ou si on a déjà prouvé que c'est un parallélogramme.]

3. Carrés



Définition 42. Un ***carré*** est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange. Autrement dit, un carré est un quadrilatère qui possède 4 angles droits et 4 côtés de même longueur.

Propriétés des carrés. [A utiliser quand on sait que le quadrilatère est un carré.]

Un carré a toutes les propriétés des parallélogrammes (puisque c'en est un), toutes les propriétés des rectangles (puisque c'en est un) et toutes les propriétés des losanges (puisque c'en est un)...

et en plus :

P43. La diagonale d'un carré de côté c a pour longueur $c\sqrt{2}$.

Comment reconnaître un carré ? [A utiliser pour prouver qu'un quadrilatère est un carré.]

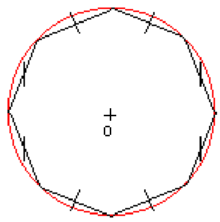
Idée : Pour prouver qu'un quadrilatère est un carré on prouve que c'est un rectangle et un losange.On combine donc les caractérisations précédentes et cela donne :

P44. *Si* un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur *alors* c'est un carré. [utilisable si on sait déjà ou si on a déjà prouvé que c'est un parallélogramme.]

P45. *Si* un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur *alors* c'est un carré. [utilisable si on sait déjà ou si on a déjà prouvé que c'est un parallélogramme.]

C. Polygones réguliers

Définition 46. Un ***polygone régulier*** est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur. Cela entraîne que tous les angles ont la même mesure.



Par exemple, ce polygone est un octogone (« octo »=8)

[P47] Propriétés des polygones réguliers. Il existe un cercle passant par tous les sommets d'un polygone régulier . Ce cercle est appelé ***cercle circonscrit*** au polygone régulier et le centre de ce cercle est appelé le ***centre*** du polygone régulier

V. Des polygones particuliers : Les triangles

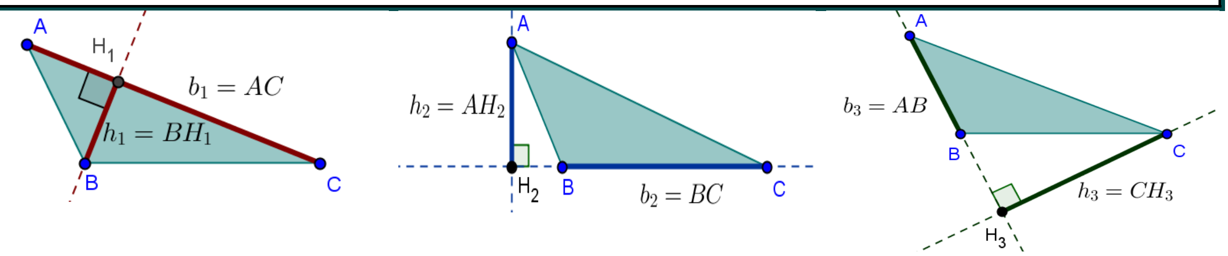
A. Somme des angles d'un triangle

P48. Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut toujours 180°.

B. Aire d'un triangle

Pour calculer l'aire d'un triangle, on choisit un des côtés (celui qui donne des calculs faisables). Le côté choisi s'appelle la ***base*** *; il y a donc trois bases possibles. La* ***hauteur correspondant à la base choisie*** *est la droite (ou le segment) passant par le sommet opposé à la base et perpendiculaire à la droite obtenue en prolongeant si nécessaire le côté choisi comme base.*

P49. Dans un triangle, en notant b la longueur du côté choisi comme base et h la longueur de la hauteur correspondante, l'aire du triangle est donnée par $\mathscr{A} = \frac{b \times h}{2}$.



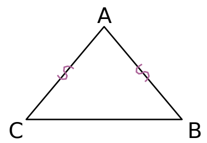
$\mathscr{A} = \frac{b_1 \times h_1}{2}$ $\mathscr{A} = \frac{b_2 \times h_2}{2}$ $\mathscr{A} = \frac{b_3 \times h_3}{2}$

Les trois calculs donnent bien sûr le même résultat !

C. Triangles particuliers : isocèles, équilatéraux, rectangles

1. Triangles isocèles

Définition 50. Un triangle ***isocèle*** est un triangle qui a (au moins) deux côtés de la même longueur. Si les deux côtés de même longueur se rejoignent en A, on dit que le triangle est ***isocèle en A*** et que A est le ***sommet principal***. Le côté opposé au sommet principal s'appelle la ***base***.

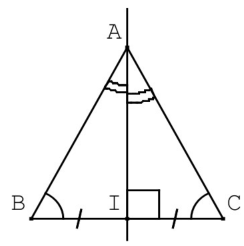


AB = AC
d'où
ABC est isocèle
en A.

P51 Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.

P52. [Réciproque, qui sert à montrer qu'un triangle est isocèle] Si un triangle a (au moins) deux angles égaux, alors ce triangle est isocèle.

P53. Si un triangle est isocèle, alors la médiane issue du sommet principal est aussi médiatrice, hauteur et bissectrice.



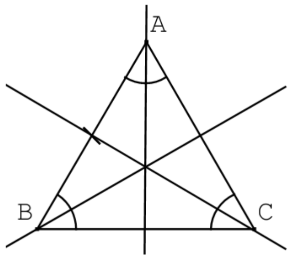
2. Triangles équilatéraux

Définition 54. Un triangle ***équilatéral*** est un triangle qui ses trois côtés de la même longueur.

Remarque : Un triangle équilatéral est isocèle en chacun de ses trois sommets.

P55 Si un triangle est équilatéral, alors ses angles valent tous les trois 60°.

P56. [Réciproque] Si les angles d'un triangle valent tous les trois 60°, alors ce triangle est équilatéral



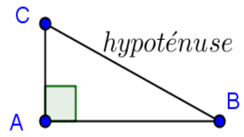
P57. Si un triangle est équilatéral, alors les trois médianes sont aussi médiatrice, hauteur et bissectrice.

P58. La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a a pour longueur $a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (*On en déduit facilement la formulaire de l'aire :* $\mathcal{A}=a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.)

3. Triangles rectangles

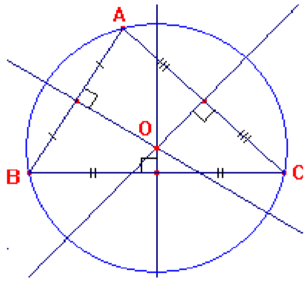
Définition 59. Un triangle ***rectangle*** est un triangle qui a un angle droit.

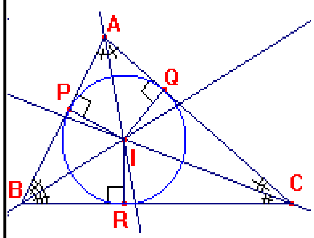
- Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'***hypoténuse*** (*sans « h »*). C'est le plus long des trois côtés.
- Si l'angle droit a pour sommet A, on dit que le triangle est ***rectangle en A***.

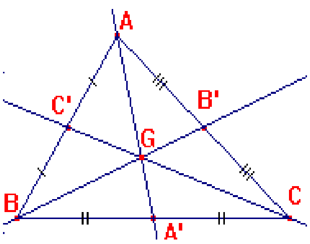


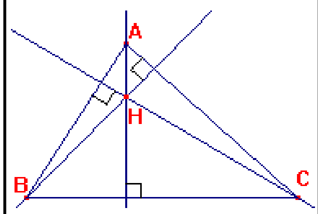
$\widehat{BAC}=90^{\circ}$ *donc ABC est rectangle en A.*

D. Centres d'un triangle : centre de gravité, orthocentre, centre du cercle circonscrit, centre du cercle inscrit

<table>
<tr><td colspan="2">Centre du cercle circonscrit</td><td colspan="2">Centre du cercle inscrit</td></tr>
<tr><td></td><td>Définition 60. Le centre du cercle circonscrit est le point d'intersection des 3 médiatrices.

P61. Il est équidistant des 3 sommets : $OA=OB=OC$.</td><td></td><td>Définition 62. Le centre du cercle inscrit est le point d'intersection des bissectrices des trois angles.

P63. Le cercle inscrit dans le triangles est tangent aux trois côtés.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Centre de gravité</td><td colspan="2">Orthocentre</td></tr>
<tr><td></td><td>Définition 64. Le centre de gravité est le point d'intersection des 3 médianes.

P65. Il est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet. $AG=\dfrac{2}{3}AA'$</td><td></td><td>Définition 66. L'orthocentre est le point d'intersection des 3 hauteurs.</td></tr>
</table>

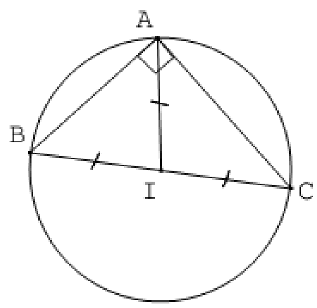
E. Triangles rectangles et cercles

P67. *Si* le triangle ABC est rectangle en A, *alors* son hypoténuse [BC] est un diamètre du cercle circonscrit. Ceci entraîne que la médiane [AI] a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.

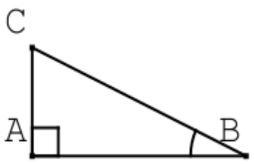
Réciproquement, pour montrer qu'un triangle est rectangle :

P68. *Si* [BC] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle ABC, *alors* le triangle ABC est rectangle en A. Autrement dit, *si* un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un côté du triangle, *alors* ce triangle est rectangle.

P69. Un triangle ABC dont la médiane [AI] a pour longueur la moitié de BC est rectangle en A.



VI. Les stars : Pythagore et Thalès (dont droite de milieux)



P70. Théorème de Pythagore :
[pour calculer des longueurs et pour montrer qu'un triangle n'est PAS rectangle.]
Si le triangle ABC est rectangle en A, *alors* $AB^2+AC^2=BC^2$.
Autrement dit, dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

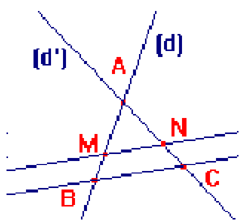
P71. Réciproque du théorème de Pythagore :
[pour montrer qu'un triangle est rectangle ou qu'un angle est droit.]
Si $AB^2+AC^2=BC^2$, *alors* le triangle ABC est rectangle en A.
Autrement dit, *si* dans un triangle le carré de la longueur du côté le plus long est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, *alors* ce triangle est rectangle.

(AC) et (AB) sont deux droites sécantes en A, $M\in(AB)$ et $N\in(AC)$, voir figures ci-dessous.

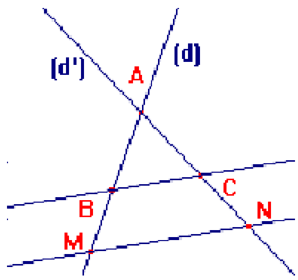
P72. Théorème de Thalès : [pour calculer des longueurs pour montrer que des droite ne sont PAS parallèles.]
Si les droite (MN) et (BC) sont parallèles, *alors* $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$. On aussi $\frac{BA}{BM}=\frac{CA}{CN}$ mais dans ce cas on n'a pas de troisième quotient.

P73. Réciproque du théorème de Thalès : [pour montrer que des droite sont parallèles.]
Si A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre sur deux droits sécantes *et si* $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$, *alors* les droite (MN) et (BC) sont parallèles.

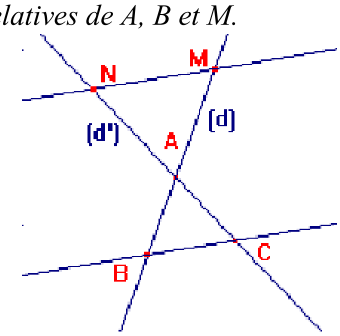
Illustrations : Plusieurs configurations sont possibles selon les positions relatives de A, B et M.



1er cas de figure



2ème cas de figure



3ème cas de figure

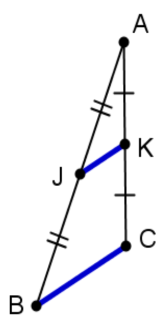
Le cas particulier où les quotients sont égaux à ½ dans le théorème de Thalès ou sa réciproque revient si souvent qu'on a lui donné un nom :

P74. Théorème de la droite des milieux : [pour prouver qu'un point est le milieu d'un segment, pour calculer des longueurs et pour prouver que des droites ne sont PAS parallèles.]
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle *et si* elle est parallèle à un autre côté, *alors* elle coupe le troisième côté en son milieu.

De plus, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

P75. Réciproque du théorème de la droite des milieux : [pour montrer que des droite sont parallèles et pour calculer des longueurs..]
Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, *alors* elle est parallèle au troisième côté.

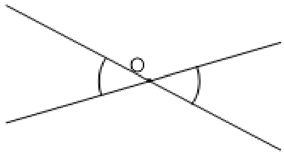
De plus, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.



$JK=\frac{1}{2}BC$

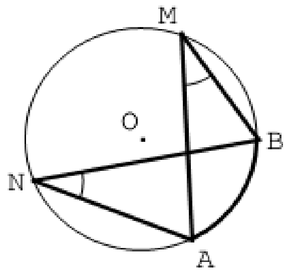
VII. Angles

A. Angles opposés par le sommet



P76. Des angles opposés par le sommet ont même mesure.

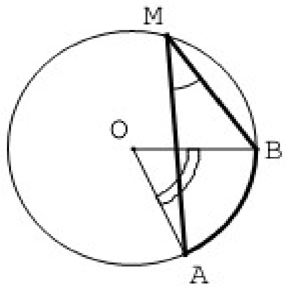
B. Angles et cercles (angle inscrit, angle au centre, angles qui interceptent le même arc)



Soient A, B, M et N des points d'un cercle de centre O. On dit que $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont des ***angles inscrits*** et que $\widehat{AOB}$ est un ***angle au centre***.

P77. [pour calculer des angles.] Des angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

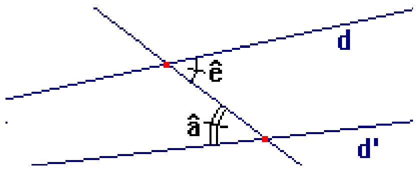
Sur la figure ci-contre, AMB et ABN sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$ *donc* $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$.



P78. [pour calculer des angles.] La mesure d'un angle inscrit est la moitié de celle de l'angle au centre correspondant.

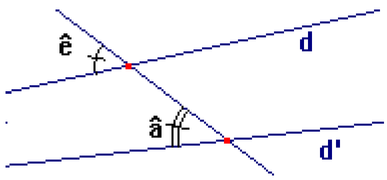
Sur la figure ci-contre, $\widehat{AOB}$ *est un angle au centre puisque son sommet est le centre du cercle et que A et B sont des points du cercle. L'angle inscrit* $\widehat{AMB}$ *et l'angle au centre* $\widehat{AOB}$ *interceptent le même arc* $\overset{\frown}{AB}$ *donc* $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$.

C. Angles (alternes internes, correspondants) et droites parallèles



Définition 79. Soient *d* et *d '* deux droites et Δ une sécante commune à ces deux droites.

Sur la figure ci-contre, les angles â et ê formés par ces trois droites sont ***alternes-internes***.



Définition 80. Soient *d* et *d '* deux droites et Δ une sécante commune à ces deux droites.

Sur la figure ci-contre, les angles â et ê formés par ces trois droites sont ***correspondants***.

Propriétés 81. [pour calculer des angles sachant que des droites sont parallèles]

P82. *Si* deux droites sont **parallèles**, *alors* les angles **alternes-internes** formés par l'intersection avec une sécante sont **égaux**.

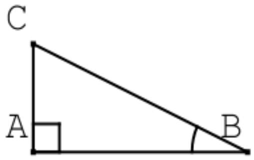
P83. *Si* deux droites sont **parallèles**, *alors* les angles **correspondants** formés par l'intersection avec une sécante sont **égaux**.

Les réciproques des propriétés précédentes 84. [pour prouver que des droites sont parallèles]

P85. *Si* deux droites coupées par une sécante forment des **alternes-internes égaux**, *alors* ces droites sont **parallèles**.

P86. *Si* deux droites coupées par une sécante forment des **correspondants égaux**, *alors* ces droites sont **parallèles**.

D. Trigonométrie dans le triangle rectangle : SOH CAH TOA



Définitions. [pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant la longueur des deux autres et pour calculer des angles.]
Dans un triangle ABC rectangle en B, on a

P87. $\sin\widehat{B}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\text{côté Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$ [SOH]

P88. $\cos\widehat{B}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{\text{côté Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$ [CAH]

P89. $\tan\widehat{B}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{\text{côté Opposé}}{\text{côté Adjacent}}$ [TOA]

Remarque : Ces formules ne sont valables que dans un triangle rectangle donc elles ne permettent de calculer que des cosinus et des sinus d'angles compris entre 0 et 90°.
On verra en seconde une définition plus générale de cosinus et sinus qui permet de calculer le cosinus et sinus de n'importe quel angle et même le cosinus et le sinus de nombres, pas seulement des angles.

Quel que soit t, t étant un angle dans un triangle rectangle, on a

P90. $0<\cos t<1$ et $0<\sin t<1$

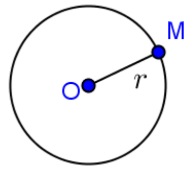
P91. $(\cos t)^2+(\sin t)^2=1$ **P92.** $\tan t=\dfrac{\sin t}{\cos t}$

t	30°	45°	60°
$\cos t$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\sin t$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

VIII. Cercles et disques

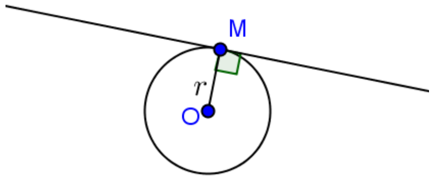
P93. Le périmètre d'un cercle de rayon r est égal à $2\pi r$. [C'est la longueur que l'on parcourt quand on fait le tour du cercle.]

P94. L'aire d'un disque de rayon r est égale à $\pi\times r\times r=\pi r^2$.



Pour ne pas confondre ces formules, on regarde les unités : Si r est en mètres, r^2 *est en* m^2.

Définition 95. Une droite est tangente à un cercle ssi elle passe par un point de ce cercle et si elle perpendiculaire au rayon en ce point.
Elle a un seul point d'intersection avec le cercle.



Voir aussi le paragraphe « *Triangles rectangles et cercles*», page 8.

Sources : Mes cours de collège, le site du lycée de l'Elorn, le cours de Vincent Degos et divers manuels dont Sésamath.

Coin profs : Utilisation du formulaire.

- Écrit en police 12 pour le photocopier avec deux pages par feuille.
- Pour leur faire apprendre les propriétés : Leur demander de revoir le I pour lundi et envoyer qq'un au tableau (noté) puis idem avec II, puis le III...etc.
- Pour leur faire comprendre les propriétés : Leur faire une interrogation avec ce document devant eux où ils doivent compléter une démonstration avec des « d'après P... » (puis bien sûr un DS sans le formulaire)
- Pour voir s'ils comprennent et connaissent les propriétés : On peut aussi projeter un diaporama avec des configurations et ils doivent noter sur leur ardoise quelle propriété est utilisée (Juste le numéro, il s gardent le polycopié devant eux). On peut annoncer à l'avance que deux élèves seront notés. A la fin, polycopié fermé, on peut demander aux deux qui sont notés de citer des propriétés.