

Corrigé du DS n°2 (16/11/20)

Exercice 1

1. Soit n un entier. Alors, on a $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5(n + 2) = 5K$ où $K = n + 2$ est un entier. On en déduit donc que la somme de 5 entiers consécutifs est divisible par 5.
2. Soit a un entier impair alors il existe un entier k tel que $a = 2k + 1$.
Donc $a^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2K + 2k$ où $K = 2k^2 + 1$ est un entier.
On en déduit donc que a^2 est un entier impair.
3. Soit a et c deux entiers pairs et b un entier impair alors il existe **k, k' et k'' des entiers** tels que :
 $a = 2k, c = 2k'$ et $b = 2k'' + 1$.
Soit : $ac(b - 1) = 2k \cdot 2k' (2k'' + 1 - 1) = 4kk'2k'' = 8kk'k'' = 8K$ où $K = kk'k''$ est un entier.
Donc $ac(b - 1)$ est divisible par 8.

Exercice 2

1. a) $A = (7n - 1) - (2n - 11) = 7n - 1 - 2n + 11 = 5n + 10 = 5(n + 2) = 5K$ où $K = n + 2$ est un entier. Donc A est un multiple de 5.
b) $B = (4n - 1)(4n + 1) + 29 = 16n^2 - 1 + 29 = 16n^2 + 28 = 4(4n^2 + 7) = 4K$ où $K = 4n^2 + 7$ est un entier. Donc B est un multiple de 4.
2. a) $C = (5n + 2) + (3n - 1) - (4 + 4n) = 5n + 2 + 3n - 1 - 4 - 4n = 4n - 4 + 1 = 2(2n - 2) + 1 = 2K + 1$ où $K = 2n - 2$ est un entier. Donc C est un nombre impair.
b) $D = (2n - 1)^2 + 8n - 4 = 4n^2 - 4n + 1 + 8n - 4 = 4n^2 + 4n - 4 + 1 = 2(2n^2 + 2n - 2) + 1 = 2K + 1$ où $K = 2n^2 + 2n - 2$ est un entier. Donc D est nombre impair.

Exercice 3

$$-2 \notin \mathbb{N} \quad \frac{6}{3} \in \mathbb{Z} \quad \sqrt{\frac{81}{121}} \in \mathbb{Q} \quad \mathbb{D} \subset \mathbb{R} \quad \mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q} \quad 0 \notin \mathbb{Z}^*$$

Exercice 4

L'algorithme affichera : 28, -26, -22.

Exercice 5

1.

Valeur de n	2	4	5	-3
Valeur retournée par l'algorithme	4	16	25	9

2. On remarque que le résultat obtenu est le carré du nombre de départ.
3. On a $m = (n - 1)(n + 1) = n^2 - 1$ puis $p = m + 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2$.