

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

### Exercice 1

Dans chacun des cas déterminer  $x$  pour que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.

1.  $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$  et  $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ x-1 \end{pmatrix}$ .
2.  $\vec{u}\begin{pmatrix} x-3 \\ -9 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v}\begin{pmatrix} x+1 \\ x+3 \end{pmatrix}$ .

### Exercice 2

1. Déterminer dans chaque cas si les droites (AB) et (CD) sont parallèles en justifiant bien précisément.
  - a)  $A(3; -4), B(-3; 2), C(7; 1)$  et  $D(11; -3)$ .
  - b)  $A(-1; -3), B(\sqrt{2} - 2; -2), C(-3; -1)$  et  $D(-2; \sqrt{2})$ .
2. Déterminer dans chaque cas si les points A, B et C sont alignés en justifiant bien précisément.
  - a)  $A(-1; 0), B(2; -3)$  et  $C(-4; 3)$ .
  - b)  $A(9; -1), B(-2; 10)$  et  $C(2; 5)$ .

### Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . **La figure sera complétée tout au long des questions.**

1. Placer les points  $A\left(-\frac{1}{2}; 5\right), B\left(\frac{11}{2}; 1\right), C(1; -3)$  et  $E\left(\frac{3}{2}; -5\right)$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
2. Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
3. Calculer les coordonnées du point M centre du parallélogramme ABCD.
4. Les points A, M et E sont-ils alignés ? *Justifier clairement.*
5. a) Calculer  $\|\vec{AB}\|, \|\vec{BE}\|$  et  $\|\vec{AE}\|$ .  
b) Quelle est la nature du triangle ABE ? *Justifier clairement.*

### Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Soit les points  $A(-1; 3), B(1; 6), C(2; 4)$  et  $D(-2; -2)$ . Les points K, L et M sont définies par les égalités vectorielles suivantes :

$$\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AD}, \vec{LC} = \frac{1}{2}\vec{BC} \text{ et } \vec{MA} + \vec{MC} = \vec{0}.$$

1. Calculer les coordonnées des points K, L et M.
2. Démontrer que les points K, L et M sont alignés. *Justifier clairement.*

### Exercice 5

Résoudre les inéquations suivantes :

1.  $2x(x - 1) < 3(4x - 3)(x - 1)$ .
2.  $\frac{1}{x} \geq \frac{3}{-7+6x}$ .

### Exercice 6

Une usine produit de l'acier. Elle peut produire jusqu'à 20 tonnes d'acier chaque jour.  
Produire  $x$  tonnes d'acier pendant une journée coûte  $C(x) = 30x^2 - 150x + 3780$  €.

1. A quel intervalle appartient  $x$  ?
2. Déterminer le coût de production pour 5 tonnes d'acier produites.
3. On suppose que chaque tonne produite est vendue au prix de 600 € la tonne.
  - a) Quelle est la recette pour 5 tonnes d'acier produites ?
  - b) Déterminer la recette  $R(x)$  (en €) en fonction du nombre de  $x$  de tonnes d'acier produites.
4. a) Montrer que les bénéfices<sup>1</sup> journaliers réalisés pour  $x$  tonnes d'acier produites sont de :  
 $B(x) = -30x^2 + 750x - 3780$  €.  
b) Montrer que pour tout  $0 \leq x \leq 20$ ,  $B(x) = 30(x - 7)(18 - x)$ .
5. Déterminer la quantité d'acier produite pour laquelle un bénéfice est réalisé.

#### **BONUS !**

1) Peut-on trouver deux entiers naturels consécutifs dont la différence des inverses est égale à  $1/2070$  ?

2) ABC est un triangle. Les points M, N et P sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Démontrer que M, N et P sont alignés

**Barème probable /35 : Ex 1 : 4 ; Ex 2 : 8 ; Ex 3 : 8 ; Ex 4 : 5 ; Ex 5 : 4 ; Ex 6 : 6 Bonus : 3**

<sup>1</sup> On rappelle que le bénéfice est la différence entre la recette et le coût de production.