

13/12/21

Nom :

Prénom :

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1Compléter **sur l'énoncé** par \in , \subset , \notin ou $\not\subset$.

$$-1 \dots \mathbb{N} \quad \frac{56}{8} \dots \mathbb{Z} \quad \sqrt{\frac{121}{49}} \dots \mathbb{Q} \quad \mathbb{R} \dots \mathbb{D} \quad \mathbb{Q} \dots \mathbb{R} \quad 0 \dots \mathbb{R}^*$$

Exercice 2*Les quatre questions sont indépendantes.*

1. Démontrer que la somme de quatre entiers consécutifs est impair.

2. Démontrer que si a est un entier impair alors a^2 est aussi impair.3. Soit a un entier pair, b un entier impair et c un entier pair.Démontrer que $ac(b - 1)$ est divisible par 8.4. Pour tout n entier relatif, on donne :

$$A = 12n + 18$$

$$B = (15n + 6) - (6n + 21)$$

$$C = (3n + 6)(6n - 1)$$

Démontrer que A , B et C sont des multiples de 3.**Exercice 3**

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $10x - 2 \geq 5x + 3$

2. $\frac{7}{12}t + 1 > \frac{t}{3} - 1$;

3. $\frac{1}{2}x + 2 > +2 - 2x + \frac{1}{2}$;

4. $t(2 + 2t) \leq 2t(t - 10)$.

Exercice 4Dans un repère orthonormé $(O ; I, J)$. Soit $A(-3 ; 2)$, $B(-5 ; -2)$, $C(3 ; -1)$, $D(5 ; 4)$, $E(9 ; -4)$ et $F(1 ; 3)$.Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses **en entourant votre réponse**.1. F est le milieu de $[AD]$.

Affirmation vraie

Affirmation fausse

2. ABCD est un parallélogramme

Affirmation vraie

Affirmation fausse

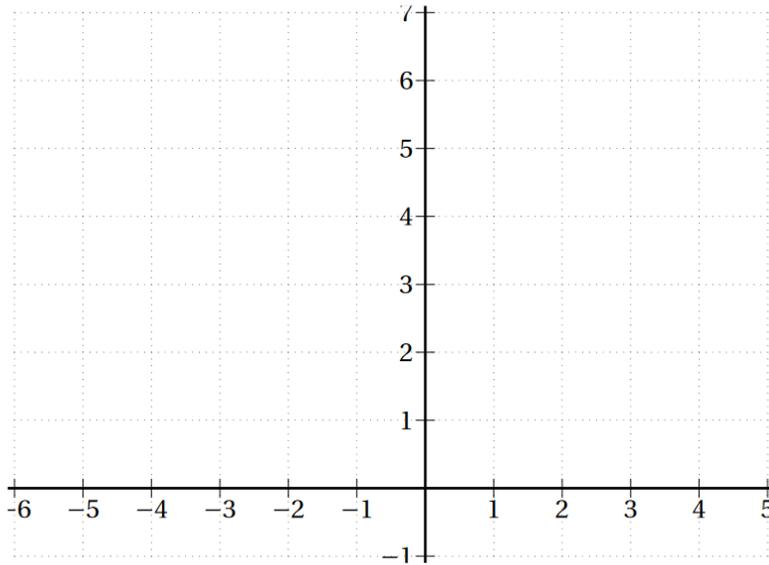
3. C est le symétrique de E par rapport à A.

Affirmation vraie

Affirmation fausse

Exercice 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé tel que donné sur la figure ci-dessous.



Soit A , B , C et D les points de coordonnées respectives $A(2; 1)$, $B(3; 3)$, $C(-3; 6)$ et $D(-4; 4)$.

1. Placer les points A , B , C et D dans ce repère.
2. (a) Montrer que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu.
(b) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
3. (a) Calculer les longueurs BD , AB et AD .
(b) Montrer que le triangle ABD est rectangle en A .
(c) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
4. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ n'est pas un carré.

BONUS !

1. Montrer que pour tout entier n , $(n + 1)^3 - n^3 - 1$ est un multiple de 3.
2. En développant $(n^2 + 2)^2$, en déduire une factorisation de $n^4 + 4$ puis justifier que $2017^4 + 4$ n'est pas un nombre premier.
3. Montrer que pour a , b deux réels strictement positifs,

a) $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$;

b) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{2}} \geq \frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ si, et seulement si $a \geq b + 2$.

Barème probable : Ex 1 : Ex 2 : Ex 3 : Ex 4 : Ex 5 : Bonus :