Exercice 1

Soient M, N et P trois points de l'espace, non alignés.
On considère les points I et J tels que : $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NJ} = 3\overrightarrow{MP} - 2\overrightarrow{MN}$.
Démontrer que le point P appartient à la droite (IJ).

Exercice 2

Soient A, B, C, D et E cinq points de l'espace tels que :
$\overrightarrow{BD} = m\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE} = -2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{BC}$.
Déterminer m pour que les points A, E et D soient alignés.

Exercice 3

On considère ABCD un tétraèdre. Soit I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC]. Les points E et F sont définis par : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$.

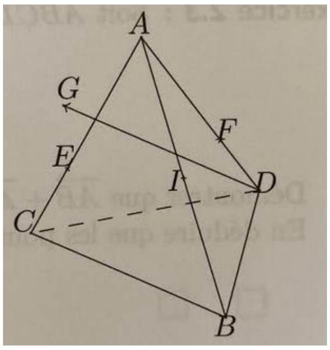
1. Exprimer $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$ en fonction de $\overrightarrow{DI}$.
2. Démontrer que $\overrightarrow{DF} - 2\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{IJ}$.
3. En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{DI}, \overrightarrow{DJ}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont coplanaires.

Exercice 4

Soit ABCDEFGH un cube, I le milieu de [AF] et J le milieu de [FG].
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont coplanaires

Exercice 5

Soit ABCD un tétraèdre, I le milieu de [AB] ; E et F les points définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$; G est le tel que BCGD soit un parallélogramme.



1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{IE}, \overrightarrow{IF}$ et $\overrightarrow{IG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
2. En déduire qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{IG} = a\overrightarrow{IE} + b\overrightarrow{IF}$.
3. En déduire que les points I, E et F sont coplanaires.

Exercice 6

Soit ABCDEFGH un cube. On considère les points I et J définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.

1. En exprimant les vecteurs $\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{EJ}$ et $\overrightarrow{IF}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, déterminer deux réels a et b tels que $\overrightarrow{IF} = a\overrightarrow{EG} + b\overrightarrow{EJ}$.
2. Que peut-on dire de la droite (IF) et du plan (EGJ) ?

Exercice 7

Les vecteurs suivants sont-ils coplanaires ?

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$.

2. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\\6\end{pmatrix}$.

Exercice 8

Soit D la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 6 - 3t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

1. Donner trois points de la droite D.
2. Donner un point de la droite D de côte -3.
3. Donner un vecteur directeur de la droite D.
4. Donner le vecteur directeur d'ordonnée 12.

Exercice 9

Soit D et D' les droites dont les représentations paramétriques sont :

$$D : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = -2 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad \text{et} \qquad D' : \begin{cases} x = -3 + t' \\ y = 4t' \\ z = 1 + 2t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}$$

Démontrer que D et D' ne sont pas coplanaires.

Exercice 10

Soit D et D' les droites dont les représentations paramétriques sont :

$$D : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = -2 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad \text{et} \qquad D' : \begin{cases} x = 2t' \\ y = 2 - t' \\ z = t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}$$

Démontrer que D et D' sont disjointes. Sont-elles parallèles ?

Exercice 11

Soit D et D' les droites dont les représentations paramétriques sont :

$$D : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad \text{et} \qquad D' : \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 2 + t' \\ z = 7 + 3t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}$$

Démontrer que D et D' sont sécantes. Déterminer les coordonnées du point d'intersection.