

05/12/23

Nom : .....

Prénom : .....

**CALCULATRICE INTERDITE**

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés. **Vous veillerez à bien rendre votre énoncé.**

**Exercice 1**Compléter **sur l'énoncé** par  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\notin$  ou  $\not\subset$ .

$$2^{10} \dots \mathbb{N} \quad 10^{-12} \dots \mathbb{Z} \quad \sqrt{\frac{81}{100}} \dots \mathbb{Q} \quad \frac{\sqrt{36}}{2} \dots \mathbb{N} \quad (-3)^7 \dots \mathbb{Z} \quad 0 \dots \mathbb{N}^*$$

$$\sqrt{7} \dots \mathbb{R} \quad \frac{2}{5} \dots \mathbb{D} \quad \mathbb{D} \dots \mathbb{Q} \quad \mathbb{Q} \dots \mathbb{R}$$

**Exercice 2** Les quatre questions sont indépendantes.

1. Donner la définition de l'ensemble  $\mathbb{D}$  des décimaux.
2. Donner la liste des 10 premiers nombres premiers.
3. Démontrer que si  $n$  est un entier pair alors  $(n + 1)^2 + n + 1$  est pair.
4. a) Donner la définition d'une fraction irréductible.

b) Soit  $A = \frac{8}{3} - \frac{\frac{5}{20}}{\frac{21}{21}}$ . Calculer A sous la forme d'une fraction irréductible.

**Exercice 3**

Soit ABCD un parallélogramme. Les points E et F sont tels que :

$$\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$$

1. Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{CE}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$ .
2. Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{BF}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$ .
3. En déduire que les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

**Exercice 4**Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  **en simplifiant au maximum les solutions** :

$$(E_1) : \frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$$

$$(E_2) : \frac{2x - 5}{2 - 4x} = \frac{3}{2}$$

$$(E_3) : \frac{3x + 2}{4 + x} = \frac{4 + x}{3x + 2}$$

**BONUS !**

1. Montrer que pour tout entier  $n$ ,  $(n + 1)^3 - n^3 - 1$  est un multiple de 3.
2. En développant  $(n^2 + 2)^2$ , en déduire une factorisation de  $n^4 + 4$  puis justifier que  $2017^4 + 4$  n'est pas un nombre premier.
3. Simplifier  $A = \frac{(2\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}{4\sqrt{35}}$ .

Barème indicatif : Ex 1 : 5 Ex 2 : 6 Ex 3 : 4 Ex 4 : 5 Bonus : 2