

05/12/23

Nom :

Prénom :

CALCULATRICE INTERDITE

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés. **Vous veillerez à bien rendre votre énoncé.**

Exercice 1Compléter **sur l'énoncé** par \in , \subset , \notin ou $\not\subset$.

$$2^{10} \dots \mathbb{N} \quad 10^{-12} \dots \mathbb{Z} \quad \sqrt{\frac{81}{100}} \dots \mathbb{Q} \quad \frac{\sqrt{36}}{2} \dots \mathbb{N} \quad (-3)^7 \dots \mathbb{Z} \quad 0 \dots \mathbb{N}^*$$

$$\sqrt{7} \dots \mathbb{R} \quad \frac{2}{5} \dots \mathbb{D} \quad \mathbb{D} \dots \mathbb{Q} \quad \mathbb{Q} \dots \mathbb{R}$$

Exercice 2 Les cinq questions sont indépendantes.

1. Donner la définition de l'ensemble \mathbb{Q} des rationnels.
2. 171 est-il un nombre premier ? Justifier
3. Démontrer la propriété de cours suivante : « Le nombre rationnel $\frac{1}{3}n$ n'est pas un nombre décimal ».
4. Démontrer que si n est un entier impair alors $(2n + 1)^2 + n + 3$ est impair.
5. a) Donner la définition d'une fraction irréductible.
b) Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{\frac{20}{21}}$. Calculer A sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 3

Soit ABCD un parallélogramme. Les points E et F sont tels que :

$$\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$$

1. Exprimer le vecteur \overrightarrow{CE} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
2. Exprimer le vecteur \overrightarrow{BF} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
3. En déduire que les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

Exercice 4Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} **en simplifiant au maximum les solutions** :

$$(E_1) : \frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$$

$$(E_2) : \frac{2x - 5}{2 - 4x} = \frac{3}{2}$$

$$(E_3) : \frac{3x + 2}{4 + x} = \frac{4 + x}{3x + 2}$$

BONUS !

1. Montrer que pour tout entier n , $(n + 1)^3 - n^3 - 1$ est un multiple de 3.
2. En développant $(n^2 + 2)^2$, en déduire une factorisation de $n^4 + 4$ puis justifier que $2017^4 + 4$ n'est pas un nombre premier.
3. Simplifier $A = \frac{(2\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}{4\sqrt{35}}$.

Barème indicatif : Ex 1 : 5 Ex 2 : 6 Ex 3 : 4 Ex 4 : 5 Bonus : 2