

16/01/24

Nom :

Prénom :

CALCULATRICE INTERDITE

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés. **Vous veillerez à bien rendre votre énoncé.**

Exercice 1Compléter **sur l'énoncé** par \in , \subset , \notin ou \varnothing .

$$\mathbb{D} \dots \mathbb{N} \quad (-4)^7 \dots \mathbb{N} \quad \sqrt{1 + \frac{9}{16}} \dots \mathbb{D} \quad (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) \dots \mathbb{N}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{7}{10} \dots \mathbb{D} \quad 0 \dots] - \infty ; -0,1] \cup [\frac{1}{10} ; +\infty[\quad [0 ; +\infty[\dots \mathbb{R}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}} \dots \mathbb{D}$$

Exercice 2Dans chacun des cas suivants, déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.

- $I = [-2 ; 3]$ et $J = [-1 ; 4]$.
- $I =] - \infty ; -\frac{3}{2}]$ et $J = [-1,4 ; 0]$.
- $I =] - \infty ; \sqrt{2}]$ et $J = [\sqrt{2} ; +\infty[$.

Exercice 3Soit x et y deux réels tels que $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ et $-4 \leq y \leq 5$.

- Déterminer un encadrement de $2x$ et de $-3y$.
- En déduire un encadrement de $2x - 3y$.

Exercice 4

Soient a et b deux entiers relatifs. On suppose que a est pair et b est impair.
Démontrer que $2a + 3b$ est impair

Exercice 5Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

$$(I_1) : 4x - 4 \leq -2x + 8$$

$$(I_2) : \frac{5}{2}x - \frac{2}{3} > \frac{3}{4}x + \frac{1}{6}$$

$$(I_3) : \frac{x - 10}{5} \geq \frac{8}{15}x + \frac{1}{2}$$

$$(I_4) : (x - 2)^2 \geq x^2 - 14x + 14$$

$$(I_5) : |x - 4| \leq 3$$

$$(I_6) : \left| x + \frac{2}{3} \right| \leq \frac{1}{6}$$

$$(I_{bonus}) : \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) < -\frac{1}{2}$$

Exercice 6

Compléter sur l'énoncé.

$$|\pi - 3| =$$

$$-|2 - \sqrt{2}| =$$

$$|\sqrt{2}(1 - \sqrt{2})^2| =$$

$$\frac{|-2|}{\left| 1 - \frac{1}{2} \right|} =$$

BONUS !

1. En développant $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$ pour deux réels positifs a et b, en déduire que l'on a toujours $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$.
2. Soit $x = \frac{123456789}{123456790}$ et $y = \frac{123456790}{123456791}$. Comparer x et y.

Barème indicatif : Ex 1 : 4 Ex 2 : 3 Ex 3 : 2 Ex 4 : 2 Ex 5 : 7 (+1) Ex 6 : 2 Bonus : 2