Exercice 1 **4 points – 0,5 point/question**

Compléter sur l'énoncé par $\in$, $\subset$, $\notin$ ou $\not\subset$.

$\mathbb{D} \not\subset \mathbb{N}$ $\quad (-4)^7 \notin \mathbb{N}$ $\quad \sqrt{1+\frac{9}{16}} \in \mathbb{D}$ $\quad (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5}) \notin \mathbb{N}$

$\frac{1}{5}+\frac{7}{10} \in \mathbb{D}$ $\quad 0 \notin]-\infty\,;\,-0{,}1] \cup [\frac{1}{10}\,;\,+\infty[$ $\quad [0\,;\,+\infty[\subset \mathbb{R}$

$\frac{1-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}} \in \mathbb{D}$

Exercice 2 **3 points – 1 point/question**

Dans chacun des cas suivants, déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.

1. $I \cap J = [-1\,;3]$ et $I \cup J = [-2\,;4]$.
2. $I \cap J = \emptyset$ et $I \cup J =]-\infty\,;-\frac{3}{2}] \cup [-1{,}4\,;0]$.
3. $I \cap J = \{\sqrt{2}\}$ et $I \cup J = \mathbb{R}$.

Exercice 3 **2 points – 1 point/question**

Soit x et y deux réels tels que $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ et $-4 \leq y \leq 5$.

1. Déterminer un encadrement de $2x$ et de $-3y$.

$$1 \leq 2x \leq 6 \text{ et } -15 \leq -3y \leq 12$$

2. En déduire un encadrement de $2x-3y$.

$$-14 \leq 2x-3y \leq 18$$

Exercice 4 **2 points**

Soient a et b deux entiers relatifs. On suppose que a est pair et b est impair.

Démontrer que $2a+3b$ est impair

Soit a un entier pair, alors il existe k entier tel que $a=2k$. Soit b un entier impair, alors il existe p entier tel que $b=2p+1$. Donc $2a+3b=2\times 2k+3\times(2p+1)=4k+6p+3=2(2k+3p+1)+1=2K+1$ où $K=2k+3p+1$ entier. Donc $2a+3b$ est un entier impair.

Exercice 5 **7 points ($+1_{bonus}$) points**

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

(I_1) : $4x-4 \leq -2x+8 \Leftrightarrow 6x \leq 12 \Leftrightarrow x \leq 2$ $\quad \boxed{S=]-\infty\,;2]}$. **\0.5**

(I_2) : $\frac{5}{2}x-\frac{2}{3} > \frac{3}{4}x+\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x > \frac{5}{6} \Leftrightarrow x > \frac{5}{6}\times\frac{4}{7} \Leftrightarrow x > \frac{10}{21}$ $\quad \boxed{S=]\frac{10}{21}\,;\,+\infty[}$ **\1.5**

(I_3) : $\frac{x-10}{5} \geq \frac{8}{15}x+\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{5}x-2 \geq \frac{8}{15}x+\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{15}x \geq \frac{5}{2} \Leftrightarrow x \leq -\frac{15}{2}$ $\quad \boxed{S=]-\infty\,;-\frac{15}{2}]}$ **\2**

(I_4) : $(x-2)^2 \geq x^2-14x+14 \Leftrightarrow x^2-4x+4 \geq x^2-14x+14 \Leftrightarrow 10x \geq 10 \Leftrightarrow x \geq 1$
$\boxed{S=[1\,;+\infty[}$ **\1.5**

(I_5) : $|x-4| \leq 3 \Leftrightarrow x \in [4-3\,;4+3] \Leftrightarrow x \in [\,1;7]$ $\quad \boxed{S=[\,1;7]}$ **\0.5**

(I_6) : $\left|x+\frac{2}{3}\right| \leq \frac{1}{6} \Leftrightarrow \left|x-\left(-\frac{2}{3}\right)\right| \leq \frac{1}{6} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\,;-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right] \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{5}{6}\,;-\frac{1}{2}\right]$
$\boxed{S=\left[-\frac{5}{6}\,;-\frac{1}{2}\right]}$ **\1**

$(I_{bonus}) : \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) < -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2-\frac{1}{4} < -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 < -\frac{1}{4}$ $\boxed{S=\emptyset}$ **\1**

Exercice 6 **2 points – 0,5 point/question**

Compléter **sur l'énoncé**.

$|\pi-3| = \pi-3$

$-|2-\sqrt{2}| = -(2-\sqrt{2}) = -2+\sqrt{2}$

$$\left|\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)^2\right| = |\sqrt{2}|\left|\left(1-\sqrt{2}\right)^2\right| = \sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{2}\left(3-2\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}-4$$

$$\frac{|-2|}{\left|1-\frac{1}{2}\right|} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

BONUS !

1. En développant $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$ pour deux réels positifs a et b, en déduire que l'on a toujours $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$.
2. Soit $x = \frac{123456789}{123456790}$ et $y = \frac{123456790}{123456791}$. Comparer x et y.