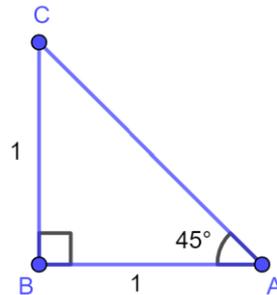


CALCULATRICE INTERDITE

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1 Les trois questions sont indépendantes

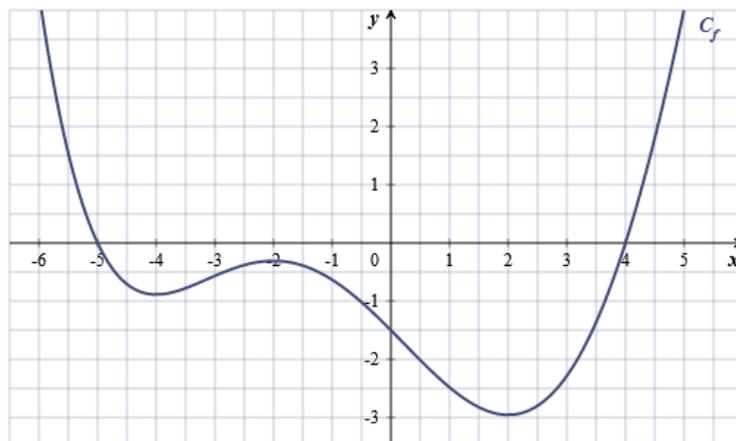
1. Soit ABC un triangle rectangle isocèle en B où $AB = BC = 1$. On admet que $\widehat{BAC} = 45^\circ$.



- Calculer la longueur AC.
 - Démontrer que $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 - En déduire la valeur de $\sin(45^\circ)$ puis de $\tan(45^\circ)$.
- Démontrer que pour tout angle aigu θ , $\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) = 2 \cos^2(\theta) - 1$.
 - Soit un carré ABCD de centre O. Dans le repère $(O ; C, D)$, déterminer les coordonnées de tous les points.

Exercice 2

La courbe C_f , tracée ci-dessous, est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-6 ; 5]$.



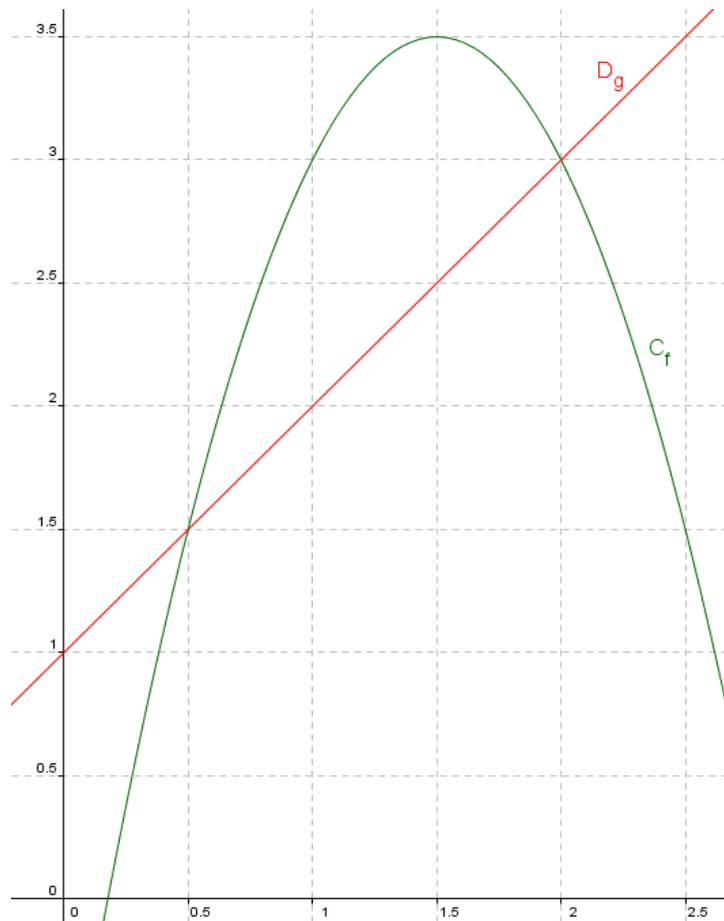
On donnera les réponses avec la précision permise par le graphique.

- Quels sont les images de 0 et $-\frac{11}{2}$ par la fonction f ?
- Quels sont les antécédents éventuels de 0 et de $-\frac{5}{2}$ par la fonction f ?
- Résoudre $f(x) = \frac{3}{2}$;
 - Résoudre $f(x) < 0$;
 - Vrai ou faux : « L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) < -3$ est $S = \mathbb{R}$ ». Aucune justification n'est attendue.
- Donner le tableau de signes de la fonction f .

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par : $f(x) = -2x^2 + 6x - 1$ et la fonction g définie par $g(x) = x + 1$ dont les courbes représentatives ont été tracées ci-dessous.

1. Déterminer par le calcul, l'image de $-\frac{1}{2}$ par la fonction f .
2. Déterminer par le calcul, l'ordonnée du point A appartenant à C_f d'abscisse $\frac{2}{3}$.
3. Vrai ou faux. « Le point $M(\sqrt{7} - 3 ; 0) \in C_f$. » Justifier
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
5. L'objectif de cette question va être de vérifier par le calcul le résultat précédent.
 - a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-2x^2 + 5x - 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(-x + 2)$.
 - b) En remarquant que $f(x) - g(x) = -2x^2 + 5x - 2$; résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ puis conclure au regard de la question 3.



BONUS !

1. Soit x et y deux entiers strictement positifs avec $x > y$ et tels que :
$$(x + 1)(y + 1) = 77$$
Combien vaut x ?
2. Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 - 1$. Résoudre l'équation $f(x) = x$

Barème indicatif : Ex 1 : 8 Ex 2 : 5 Ex 3 : 7 Bonus : 2