

Lundi 14 novembre 2016

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

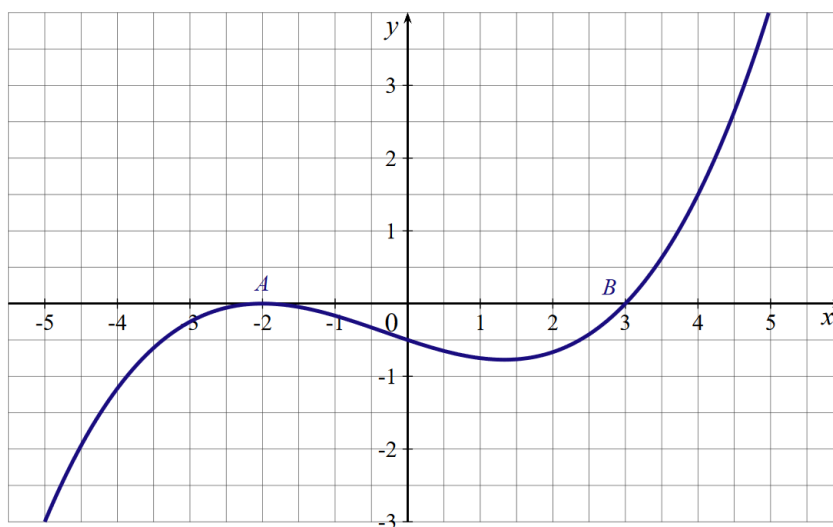
Questions de cours

1. Donner la définition d'une fonction convexe sur un intervalle I.
2. Donner la définition d'une fonction continue sur un intervalle I.

Exercice 1

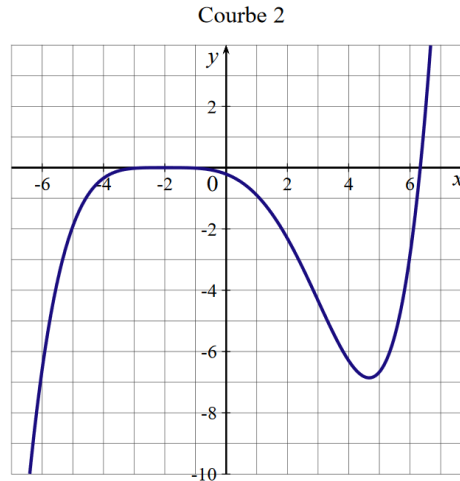
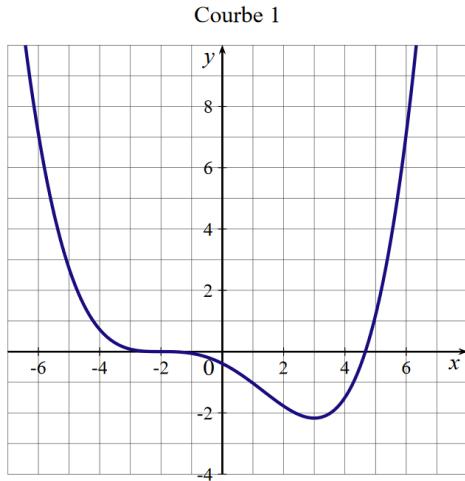
On considère une fonction f définie sur \mathbb{R} et deux fois dérivable. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f'' , dérivée seconde de la fonction f , dans un repère orthonormé.

Les points $A(-2;0)$ et $B(3;0)$ appartiennent à la courbe.



Chaque réponse sera justifiée.

1. La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ?
2. Sur quels intervalles, la fonction est-elle convexe ? Est-elle concave ?
3. On note f' la dérivée de la fonction f . Donner le tableau de variation de la fonction f' .
4. Une des deux courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f et l'autre celle de f' . Déterminer la courbe qui représente la fonction f et celle qui représente la dérivée f' .



Exercice 2

PARTIE A

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = -x^3 + 16,5x^2 - 30x + 110$.
On note f' la dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde.

1. a) Déterminer $f'(x)$.
b) Étudier les variations de la fonction f .
2. a) Déterminer $f''(x)$.
b) Étudier la convexité de la fonction f .

PARTIE B

La fonction f , définie dans la partie A, modélise sur l'intervalle $[0; 12]$, le cours d'une action sur une année.
 x est le temps écoulé exprimé en mois et $f(x)$ est le cours de l'action en euros.



1. Sur un an, quel a été le cours le plus bas de cette action ? le cours le plus haut ?
2. À quel moment la croissance du cours de cette action s'est-elle ralentie ?

Exercice 3

Soit f une fonction concave sur \mathbb{R} . Indiquer, en justifiant soigneusement si la fonction g suivante est convexe ou concave sur son ensemble de définition :

$$g(x) = 2f(x) + 6\sqrt{x}$$

BONUS !

1. Résoudre l'équation $x^3 + 6y^3 = 4z^3$ où x, y et z sont des entiers relatifs.

2. Soit f une fonction définie sur les réels strictement positifs et vérifiant :

$f(x) + 2f\left(\frac{2015}{x}\right) = 4x$. Quelle est la valeur de $f(5)$?

Barème indicatif /20 : QC : 2 Ex 1 : Ex 2 : Ex 3 :