

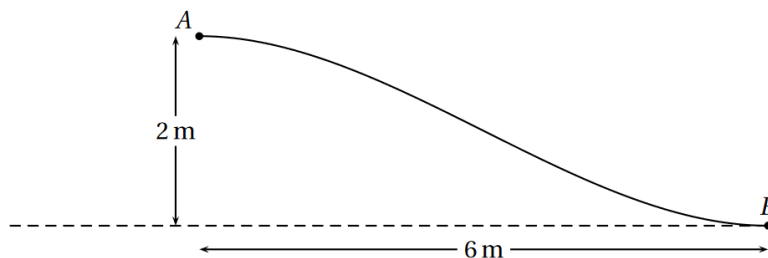
La qualité de rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importantes dans l'appréciation des copies. Tous vos résultats doivent être soulignés.

A rendre pour le lundi 19 avril 2017.

Une entreprise fabrique des toboggans.

Elle reçoit la commande d'une municipalité pour construire un toboggan respectant les contraintes suivantes :

- le toboggan ne doit pas présenter d'angle;
- le départ se fait à une altitude de 2 m;
- la longueur « hors tout » est de 6 m;
- au départ et à l'arrivée le toboggan doit être horizontal.



L'entreprise est chargée de trouver une solution dont le profil sera donné par la courbe d'une fonction f .

Partie A

1. Choisir un repère orthonormé et donner les coordonnées de A et B dans ce repère.
2. La première des contraintes que doit respecter le toboggan peut se traduire par : « f est dérivable sur son domaine de définition ». On notera alors f' sa fonction dérivée. Traduire les autres contraintes à l'aide de f et de f' .
3. Pour des raisons techniques, l'entreprise ne peut fabriquer que des toboggans dont le profil vérifie une équation du type $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
 - (a) La première contrainte est-elle vérifiée?
 - (b) Déterminer les valeurs de a , b , c et d pour que toutes les contraintes soient vérifiées.

Partie B

Dans un repère orthonormé, on appelle *pente* du toboggan la fonction $g(x) = |f'(x)|$ où f est la fonction décrivant le profil du toboggan.

1. Après avoir étudié le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x , déterminer l'expression de $g(x)$ sans valeurs absolues.
2. L'entreprise décide d'installer une barre de renfort verticale là où la pente est maximale.
 - (a) Déterminer en quel(s) point(s) la pente est maximale.
 - (b) En déduire la position et la taille de la barre de renfort.