<u>Exercice 1</u>

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$par $f(x) = \frac{xe^x}{2e^x+x-1}$. Soit C sa courbe représentative.

1. Vérifier que pour $x \geq 0$, $2e^x + x - 1 > 0$.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
3. Montrer que pour tout réel positif x,
$$f'(x) = \frac{e^x}{(2e^x + x - 1)^2} \times (2e^x + x^2 - x - 1)$$
4. Montrer que pour tout $x \geq 0, f'(x) > 0$ et terminer l'étude de f.
5. Montrer que la droite D d'équation $y = \frac{1}{2}x$ est asymptote à C et examiner la poisition relative de D par rapport à C.

<u>Exercice 2</u> *D'après concours Sciences Po 2015*

Indiquer si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier $n \geq 0$, $u_{n+1} = u_n + 1$. On note $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie pour tout entier $n \geq 0$ par $v_n = e^{u_n}$. On a alors :

(a) $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_0 + v_1 + \cdots + v_n) = \frac{e}{1-e}$.

<u>Exercice 3</u> *D'après concours FESIC 2014*

Indiquer si les propositions sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x - 2x$ et C sa courbe représentative.

(a) La dérivée de f est $f'(x) = (e^x - 1)(e^x + 2)$.

(b) Pour tout réel x, on a : $f(x) > \frac{3}{2}$.

(c) C admet l'axe des abscisses comme asymptote horizontale en $+\infty$.

(d) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.