Lycée militaire de Saint-Cyr **AP maths : Primitives** **TS**

Exercice 1

Donner dans chaque cas une primitive de f :

1. $f(x) = \frac{-5-4x^2}{x^2}$
2. $f(x) = \ln x - 3$
3. $f(x) = (2x+1)e^{2x-3}$
4. $f(x) = \frac{2}{10-x} - \frac{3}{2x-4}$
5. $f(x) = \frac{4x-1}{(x-1)^2}$ *Indication : Trouver les réels c et d tels que :* $f(x) = \frac{c}{x-1} + \frac{d}{(x-1)^2}$
6. $f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}$

Exercice 3

F et G sont les fonctions définies sur $]2\,;\,+\infty[$ par :
$F(x) = \frac{x+1}{x-2}$ et $G(x) = \frac{-3x+9}{x-2}$.

Vérifier que F et G sont deux primitives sur $]2\,;\,+\infty[$ d'une même fonction.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 3 + (2x+3)\ln x$$

1. Déterminer les nombres réels a et b pour que la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $F(x) = (ax^2 + bx)\ln x$ soit une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
2. En déduire la primitive G de f sur $]0\,;\,+\infty[$ telle que $G(e) = 1$.

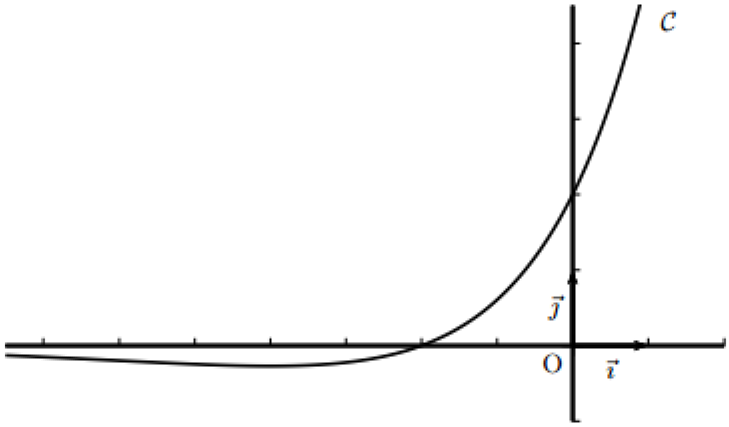
Exercice 5

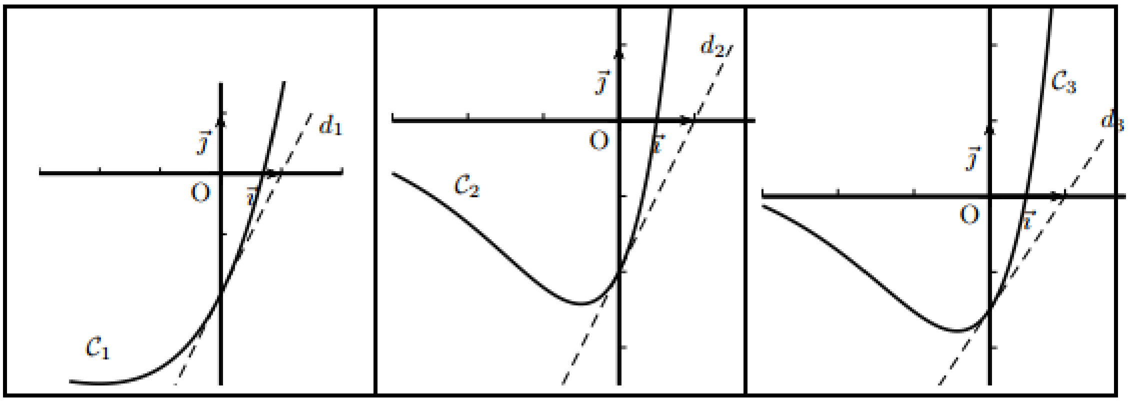
Soit f une fonction continue et croissante sur $[0;1]$ telle que $f(0) = 2$.
Soit F la primitive de f qui s'annule en 0.
Déterminer les variations et démontrer que $F(x) \geqslant 2x$ pour tout $x \in [0;1]$.

Exercice 6

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathcal{C}$ et trois autres courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ avec la tangente en leur point d'abscisse 0.





1. Donner par lecture graphique, le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. On désigne par F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   (a) A l'aide de la courbe $\mathcal{C}$, déterminer $F'(0)$ et $F'(-2)$.
   (b) L'une des courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ est la courbe représentative de la fonction F.
   Déterminer laquelle en justifiant l'élimination des deux autres.