Exercices de synthèse

Les exercices suivants sont regroupés par thème (Analyse, Géométrie, Probabilités – Statistiques, Divers). Ils sont faits pour vous entraîner une fois que le cours est parfaitement su. Pour la plupart, ce sont des exercices issus du BAC et de concours post-BAC.

I <u>Exercices d'analyse</u>

<u>Exercice 1</u> *D'après BAC 2016*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;1]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{1-x}}.$$

Partie A

1. Etudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;1]$.
2. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;1]$, $f(x) = \frac{e^x}{e^x+e}$.
3. Montrer alors que $\int_0^1 f(x)dx = \ln(2) + 1 - \ln(1+e)$.

Partie B

Soit n un entier naturel. On considère les fonctions f_n définies sur $[0\,;1]$ par :

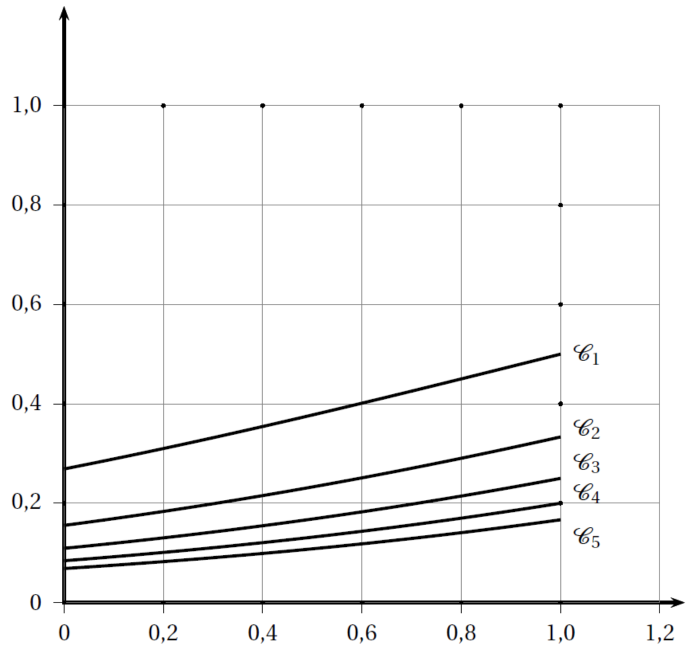
$$f_n(x) = \frac{1}{1+ne^{1-x}}.$$

On note $\mathcal{C}_n$ la courbe représentative de la fonction f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé.

On considère la suite de terme général

$$u_n = \int_0^1 f_n(x)\,dx.$$

1. On a tracé, ci-dessous, les courbes représentatives des fonctions f_n pour n variant de 1 à 5. Compléter le graphique en traçant $\mathcal{C}_0$ représentative de la fonction f_0.



2. Soit n un entier naturel, interpréter graphiquement u_n et préciser la valeur de u_0.
3. Quelle conjecture peut-on émettre quant au sens de variation de la suite (u_n) ? Démontrer cette conjecture.
4. La suite (u_n) admet-elle une limite ?

<u>Exercice 2</u> *D'après un sujet de BAC*

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$u_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{2n}.$$

Partie A

1. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $u_{n+1} - u_n = \frac{-3n-2}{n(2n+2)(2n+1)}$.
2. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
3. Etablir alors que (u_n) est divergente.

Partie B

L'objectif ici est de déterminer la valeur de la limite de la suite (u_n).

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right).$$

1. a) Justifier, que pour tout n de $\mathbb{N}^*$, l'encadrement :

$$\frac{1}{n+1} \leq \int_n^{n+1} \frac{1}{x}\,dx \leq \frac{1}{n}.$$

b) Vérifier que : $\int_n^{n+1} \frac{1}{x}\,dx = \frac{1}{n} - f(n)$.

c) En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $0 \leq f(n) \leq \frac{1}{n(n+1)}$.

2. On considère la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$S_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \cdots + \frac{1}{2n(2n+1)}.$$

a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$:$0 \leq f(n) + f(n+1) + \cdots + f(2n) \leq S_n$.

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout réel x distinct de -1 et de 0, on ait :

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}.$$

c) En déduire l'égalité : $S_n = \frac{n+1}{n(2n+1)}$.

d) En utilisant les questions précédentes, déterminer alors la limite quand n tend vers $+\infty$ de :

$$\sum_{k=n}^{2n} f(k) = f(n) + f(n+1) + \cdots + f(2n).$$

e) Vérifier que, pour tout n de $\mathbb{N}^*$:

$$f(n) + f(n+1) + \cdots + f(2n) = u_n = \ln(2 + \frac{1}{n}).$$

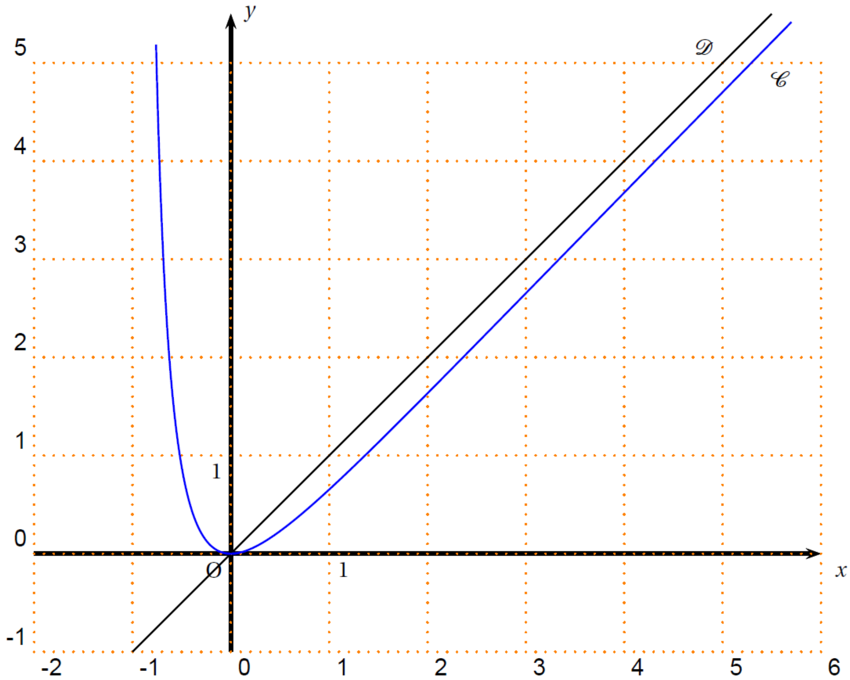
f) Déterminer la limite de la suite (u_n).

<u>Exercice 3</u> *D'après un sujet de BAC*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{\ln(1+x)}{1+x}.$$

La courbe C représentant f est donnée par le graphique ci-dessous que l'on complétera



Partie A. Etude de certaines propriétés de la courbe C

1. On note f' la fonction dérivée de f.
   Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]-1\,;\,+\infty[$.

2. Pour tout x de l'intervalle de $]-1\ ;\ +\infty[$, on pose :
$$N(x) = (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x).$$
Vérifier que l'on définit ainsi une fonction strictement croissante sur $]-1\ ;\ +\infty[$.
Calculer $N(0)$. En déduire les variations de f.
3. Soit D la droite d'équation $y = x$.
Calculer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C et de la droite D.

Partie B. Etude d'une suite récurrente définie à partir de la fonction *f*

1. Démontrer que si $x \in [0\,;4]$, alors $f(x) \in [0\,;4]$.
2. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 4$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
a) Sur le graphique ci-dessus, en utilisant la courbe C et la droite D, placer les points de C d'abscisses u_0, u_1, u_2 et u_3.
b) Démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}$ on a : $u_n \in [0\,;4]$.
c) Etudier la monotonie de la suite (u_n).
d) Démontrer que la suite (u_n) est convergente. On désigne par L sa limite.
e) Utiliser la partie **A.** pour donner la valeur de L.

<u>**Exercice 4**</u> *D'après concours Santé des Armées 2009*

Ceci est un QCM. Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte.

On considère une fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$, dont on note $\mathcal{C}$ la représentation graphique dans un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et dont le tableau de variation est le suivant :

x	0		$\frac{1}{e}$		e		5		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ 5	↘	$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	↗	3	↘	$e-2$	↗	2

On peut affirmer que :

1. L'équation $f(x) = 0$ admet :

(a) 0 solution.

(b) 1 seule solution.

(c) Exactement 2 solutions.

(d) 3 solutions ou plus.

2. La courbe $\mathcal{C}$:

(a) n'admet aucune asymptote.

(b) Admet une unique asymptote.

(c) Admet 2 asymptotes.

(d) Admet 3 asymptotes ou plus.

3. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3 peut avoir pour équation :

(a) $y = 2x + 4$.

(b) $y = -x + 5$.

(c) $y = -4$.

(d) $x = 3$.

4. Le réel $I = \int_5^7 f(x)dx$ vérifie l'inégalité :

(a) $I \geq 6$.

(b) $1 \leq I \leq 4$.

(c) $0 \leq I \leq 1$.

(d) $4 \leq I \leq 6$.

<u>Exercice 5</u> *D'après concours Santé des Armées 2016*

Après l'administration d'un médicament par voie orale chez un patient, sa concentration plasmatique dans le sang en g/L, en fonction du temps peut être modélisée par la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$C(t) = 3(e^{-t} - e^{-2t})$ où t est le temps exprimé en heures.

1. Calculer $C(0)$
2. Déterminer la limite de la fonction C quand t tend vers $+\infty$.
   Interpréter ce résultat vis-à-vis du patient.
3. Calculer la dérivée $C'(t)$ de $C(t)$.
4. Dresser le tableau complet de variation de c
5. Donner la valeur maximale de la concentration sous sa forme la plus simplifiée
6. Déterminer les valeurs de t pour lesquelles $C(t) = \frac{2}{3}$.
7. En déduire sur quelle période de temps la concentration du médicament est supérieure ou égale à $\frac{2}{3}$.

Exercice 6 *D'après concours FESIC 2015*

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$, g la fonction définie sur $]1\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$ et φ la fonction définie sur $]1\,;\,+\infty[$ par $\varphi(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$.

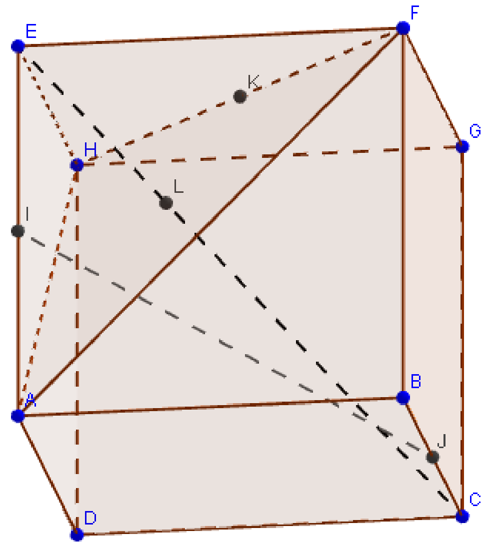
1. Montrer que $g'(x) = 1 + \ln(\frac{1}{x-1})$.
2. Montrer que g n'admet pas un minimum en $x = e + 1$.
3. On admet qu'il existe une unique solution α à l'équation $g(x) = 0$ sur $]e+1\,;\,+\infty[$. Montrer que $f(\ln\sqrt{\alpha}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$.

II **Exercices de géométrie**

Exercice 7 *D'après BAC 2013, Antilles-Guyane*

Description de la figure dans l'espace muni du repère orthonormé $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$:

$ABCDEFGH$ désigne un cube de côté 1. On appelle $\mathcal{P}$ le plan (AFH). Le point I est le milieu de $[AE]$, le point J est le milieu de $[BC]$, le point K est le milieu de $[HF]$, le point L est le point d'intersection de la droite (EC) et du plan $\mathcal{P}$.



Ceci est un QCM. Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte.

1. (a) Les droites (IJ) et (EC) sont strictement parallèles.

   (b) Les droites (IJ) et (EC) sont non coplanaires.

   (c) Les droites (IJ) et (EC) sont sécantes.

   (d) Les droites (IJ) et (EC) sont confondus.

2. (a) Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à 0.

(b) Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à (-1).

(c) Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à 1.

(d) Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à 2.

3. Dans le repère orthonormé $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$:

(a) Le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne : $x+y+z-1=0$.

(b) Le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne : $x-y+z=0$.

(c) Le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne : $-x+y+z=0$.

(d) Le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne : $x+y-z=0$.

4. (a) $\overrightarrow{EG}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

(b) $\overrightarrow{EL}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

(c) $\overrightarrow{IJ}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

(d) $\overrightarrow{DI}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

5. (a) $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AH}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$.

(b) $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AK}$.

(c) $\overrightarrow{ID}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$.

(d) $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$.

Exercice 8

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On définit A et B deux points d'affixes respectives $z_A=1$ et $z_B=2i$ et T la transformation complexe du plan qui, à tout point M d'affixe z non nulle, associe le point M' d'affixe $z'=\frac{z-2i}{z}$.

1. Montrer que l'image du point d'affixe $e^{i\frac{\pi}{4}}$ par la transformation T est le point d'affixe $1+2e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.
2. Montrer que l'ensemble des points M du plan complexe tels que $OM'=1$ représente la médiatrice du segment $[OB]$.
3. Montrer que M' appartient au cercle de centre A et de rayon 1 si et seulement si le point M appartient au cercle de centre O et de rayon $R=2$.
4. Montrer que z' est un nombre complexe imaginaire pur si et seulement si le point M appartient au cercle de centre D et de diamètre $[OB]$.

Exercice 9

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Pour tout réel θ de $[0\,;2\pi[$, on pose $f(\theta) = 1 + e^{i\theta}$. Alors :

1. Montrer que $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = e^{i\frac{\pi}{3}}$.
2. Démontrer que pour tout θ de $[0\,;2\pi[$, $\overline{f(\theta)} = f(-\theta)$.
3. Justifier que pour tout θ de $[0\,;2\pi[$, $f(\theta)e^{i\frac{\theta}{2}}$ est réel.
4. Démontrer que l'ensemble des points $M(\theta)$ d'affixe $f(\theta)$ est un cercle de rayon 1.

Partie B

On considère les complexes $a = 1 - i$ et $b = 1 + i\sqrt{3}$.

1. Justifier que $ab = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.
2. Démontrer qu'il existe un entier n non nul tel que a^n est un réel.
3. En déduire qu'Il existe $(n, m) \in \mathbb{N}^*$ tels que a^n et b^m sont tous deux des entiers.
4. Justifier que la droite (OA) est orthogonale à la droite (OB).

III Exercices de probabilités – statistiques

Exercice 10 *D'après concours Avenir 2011*

Ceci est un QCM. Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte.

Charly participe à un tournoi où il est opposé à Ali puis à Béatrice.

On note :

- A l'évènement : « Charly bat Ali » ;
- B l'évènement : « Charly bat Béatrice » ;
- X la variable aléatoire correspond au nombre de victoires de Charly.

Sachant que $P(A) = \frac{2}{5}$, que $P_A(B) = \frac{7}{10}$ et que $P(B) = \frac{12}{25}$, on peut affirmer que :

1. $P(A \cap \bar{B}) = \cdots$

(a) $\frac{3}{25}$.

(b) $\frac{5}{25}$.

(c) $\frac{7}{25}$.

(d) $\frac{9}{25}$.

2. $P_{\bar{A}}(B) = \cdots$

(a) $\frac{1}{5}$.

(b) $\frac{1}{4}$.

(c) $\frac{1}{3}$.

(d) $\frac{1}{2}$.

3. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \cdots$

(a) $\frac{1}{5}$.

(b) $\frac{2}{5}$.

(c) $\frac{3}{5}$.

(d) $\frac{4}{5}$.

4. $P(A \cup B) = \cdots$

(a) $\frac{7}{25}$.

(b) $\frac{15}{25}$.

(c) $\frac{22}{25}$.

(d) $\frac{29}{25}$.

5. $P(X = 2) = \cdots$

(a) $P(A \cap B)$.

(b) $P(\bar{A} \cap B)$.

(c) $P(A \cap \bar{B})$.

(d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

6. $E(X) = \cdots$

(a) $\frac{19}{25}$.

(b) $\frac{22}{25}$.

(c) $\frac{25}{25}$.

(d) $\frac{18}{25}$.

<u>Exercice 11</u> *D'après un sujet de BAC*

Dans une kermesse un organisateur de jeux dispose de 2 roues de 20 cases chacune.
La roue A comporte 18 cases noires et 2 cases rouges.
La roue B comporte 16 cases noires et 4 cases rouges.
Lors du lancer d'une roue toutes les cases ont la même probabilité d'être obtenues.
La règle du jeu est la suivante :

- Le joueur mise 1 € et lance la roue A ;
- s'il obtient une case rouge, alors il lance la roue B, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête ;
- s'il obtient une case noire, alors il relance la roue A, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Soient E et F les événements suivants :
   E : « à l'issue de la partie, les 2 cases obtenues sont rouges » ;
   F : « à l'issue de la partie, une seule des deux cases est rouge ».
   Montrer que $P(E) = 0{,}02$ et $P(F) = 0{,}17$.

3. Si les 2 cases obtenues sont rouges le joueur reçoit 10 € ; si une seule des cases est rouge le joueur reçoit 2 € ; sinon il ne reçoit rien.
   X désigne la variable aléatoire égale au gain algébrique en euros.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   b) Calculer $E(X)$ et en donner une interprétation.
4. Le joueur décide de jouer n parties consécutives et indépendantes (n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).
   a) Démontrer que la probabilité p_n qu'il lance au moins une fois la roue B est telle que :
   $p_n = 1 - (0{,}9)^n$.
   b) Justifier que la suite de terme général p_n est convergente et préciser sa limite.

Exercice 12

La durée d'attente en secondes à la caisse d'un supermarché est une variable aléatoire Y qui suit une loi exponentielle de paramètre 0,01.

1. Donner la densité de probabilité de Y
2. Montrer que pour tout réel $t \geq 0, P(Y \leq t) = 1 - e^{-0{,}01t}$.
3. Déterminer la probabilité d'attendre moins de 3 minutes à cette caisse.
4. Montrer qu'il y a plus d'une chance sur deux que l'attente à cette caisse soit supérieure à 1 minute.

IV Exercices divers

Exercice 13 *D'après BAC 2012, Nouvelle-Calédonie*

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, une proposition est donnée. Indiquer si chacune d'elle est vraie, en justifiant la réponse.

1. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite non constante de réels.

   Pour tout entier n, on pose $u_n = \sin(a_n)$.

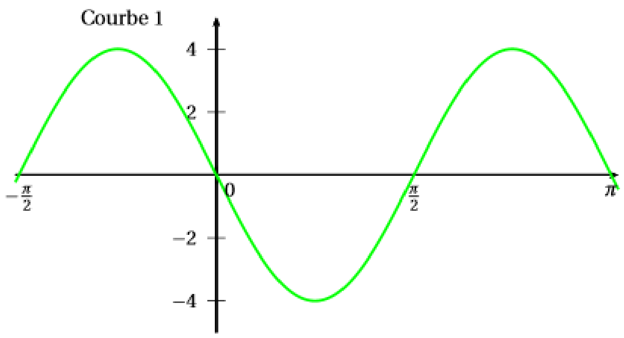
   Proposition 1 : on peut choisir la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

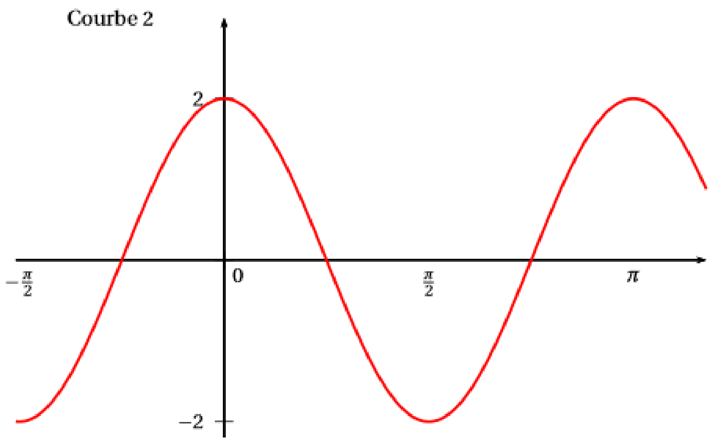
2. Dans le plan complexe d'origine O, on considère, pour tout entier naturel non nul n, les points M_n d'affixe $z_n = e^{\frac{2in\pi}{3}}$.

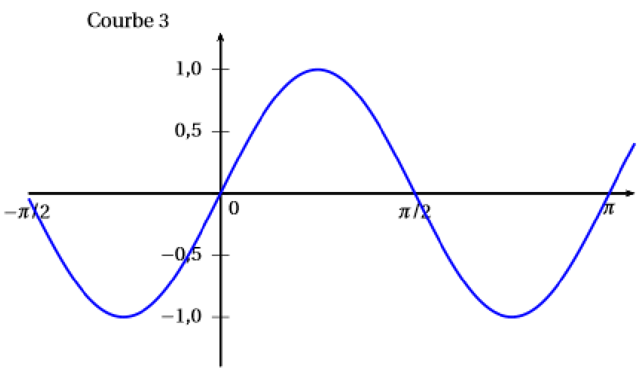
   Proposition 2 : les points O, M_1 et M_{20} sont alignés.

3. On considère une fonction f, sa dérivée f' et son unique primitive F s'annulant en $x = 0$. Les représentations graphiques de ces trois fonctions sont données (dans le désordre) par les courbes suivantes :

Proposition 3 : la courbe 3, ci-après, est la représentation graphique de f.







4. On considère, dans un repère orthonormé de l'espace, le point $A(0 ; 0 ; 3)$ et le plan P d'équation $2x - y + z = 0$.

Proposition 4 : la sphère de centre A et de rayon 2 et le plan P sont sécants.

Exercice 14 *D'après BAC 2011, Centres-étrangers*

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, une proposition est donnée. Indiquer si chacune d'elle est vraie, en justifiant la réponse.

1. On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(0\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1 + i, \qquad b = 3i,\ \ c = \left(\sqrt{3} + \tfrac{1}{2}\right) + i\left(\tfrac{\sqrt{3}}{2} + 2\right).$$

Proposition 1 : le triangle ABC est un triangle équilatéral.

2. On considère le nombre complexe $a = \left(-\sqrt{3} + i\right)^{2001}$.

Proposition 2 : le nombre complexe a est un nombre imaginaire pur.

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre λ, où λ est un nombre strictement positif.

On rappelle que pour, tout réel t strictement positif, la probabilité de l'événement

$(X \leq t)$ s'exprime par $P(X \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

Proposition 3 : sachant que $(X \geq 2)$, la probabilité que X appartienne à l'intervalle $[2; 3]$ est égale à $1 - e^{-\lambda}$.

4. Une urne contient au total n boules dont cinq sont blanches et les autres sont noires. On effectue 10 tirages successifs indépendants en remettant la boule dans l'urne après chaque tirage.

Proposition 4 : la plus petite valeur de l'entier n, pour laquelle la probabilité d'obtenir au moins une boule noire sur les 10 tirages est supérieure ou égale à 0,9999, est égale à 1.

Exercice 15 *D'après BAC 2012, Liban*

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, une proposition est donnée. Indiquer si chacune d'elle est vraie, en justifiant la réponse.

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les droites D_1 et D_2 de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 6 + 2t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 4 - t \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} x = 8 + 5k \\ y = 2 - 2k, \quad k \in \mathbb{R}. \\ z = 6 + k \end{cases}$$

Proposition 1 : les droites D_1 et D_2 sont coplanaires.

2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les points $A(12\,;7\,;-13)$ et $B(3\,;1\,;2)$ ainsi que le plan P d'équation $3x + 2y - 5z = 1$.

Proposition 2 : le point B est le projeté orthogonal du point A sur le plan P.

3. On considère les suites u et v définies, pour tout entier naturel n, par :

$$u_n = \frac{n+1}{n+2} \qquad \text{et} \qquad v_n = 2 + \frac{1}{n+2}.$$

Proposition 3 : la différence de ces deux suites convergent vers 0 et une des suites est croissante et l'autre est décroissante.

On dit que ces deux suites sont adjacentes.

4. On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2, \text{ pour tout entier naturel } n.$$

Proposition 4 : cette suite est majorée par 3.

<u>Exercice 16</u> *D'après BAC 2012, Asie*

Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, une proposition est donnée. Indiquer si chacune d'elle est vraie, en justifiant la réponse.

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère la droite D dont on donne une représentation paramétrique et le plan P dont on donne une équation cartésienne :

$$D : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -5 - 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad \text{et} \qquad P : 3x + 2y - z - 5 = 0$$

Proposition 1 : la droite D est strictement parallèle au plan P.

2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère le point $A(1\,;9;\ 0)$ et le plan P d'équation cartésienne : $4x - y - z + 3 = 0$.

Proposition 2 : la distance du point A au plan P est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Soit la fonction f définie pour tout réel x par : $f(x) = \frac{3}{1+e^{-2x}}$.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.

Proposition 3 : la courbe C admet deux asymptotes parallèles à l'axe des abscisses.

4. Pour tout réel x, on pose $F(x) = \int_1^x (2-t)e^{-t}dt$.

Proposition 4 : $F(x)$ est négatif ou nul quelle que soit la valeur du réel x supérieur à 1.