

Exercice 1

1. Donner les complexes suivants sous forme algébrique :

$$a = (2 + 3i)(3 - 4i) ; b = \frac{2+i}{3-2i} ; c = (3 + 2i)^2 ; d = (1 + i)^2.$$

2. Calculer le conjugué du complexe $\frac{2-3i}{3+2i} + (1 - i)^2$ et l'écrire sous sa forme trigonométrique.

3. Calculer le module de chacune des complexes suivants :

$$2i ; 5 + 2i ; \frac{-5i}{1-2i} ; \frac{i(2+i)^3}{(3-i)^2}$$

Exercice 2

$$\text{Soit } f(z) = z^2 + (1 + i)z + \frac{2i}{z+1}$$

Calculer les images par la fonction f à variable complexe z des nombres suivants : $0 ; 1 - 2i ; -1 + i$ et $2 + 4i$.

Exercice 3

$$\text{Soit } z_1 = 1 + i \text{ et } z_2 = 1 - i\sqrt{3}$$

1. Calculer $z_1 \times z_2$
2. Donner les écritures exponentielles des complexes z_1, z_2 et $z_1 z_2$.
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

Exercice 4

1. Montrer les égalités suivantes :

$$\theta \text{ étant un réel, } 1 + e^{i\theta} = 2 \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}} \text{ et } 1 - e^{i\theta} = 2 \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}.$$

2. En déduire que le modules et arguments des complexes $1 + e^{i\frac{\pi}{3}}, 1 - e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

