Exercice 1

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

PROPOSITION 1 : Si a est un réel tel que $-2 \leqslant a \leqslant 4$ alors $4 \leqslant a^2 \leqslant 16$.

PROPOSITION 2 : Si f est une fonction affine telle que $f(2) = -1$ et $f(-1) = 4$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.

PROPOSITION 3 : Si f est une fonction affine telle que $f(-1) = 3$ et $f(2) = 5$ alors $f(5) = 7$.

PROPOSITION 4 : Soient A et B deux points distincts du plan. Si $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{AB}$ alors M est le milieu du segment $[AB]$.

PROPOSITION 5 : Le point I de coordonnées $(-1{,}3)$ est le milieu du segment $[AB]$ où les coordonnées des points A et B sont respectivement $(2;-3)$ et $(-4;9)$.

Exercice 2

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque et M et N les points définis par $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$
2. Établir les relations suivantes :
   a) $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
   b) $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$
3. En déduire que si $ABCD$ est un parallélogramme alors les points C, M et N sont alignés.

Exercice 3

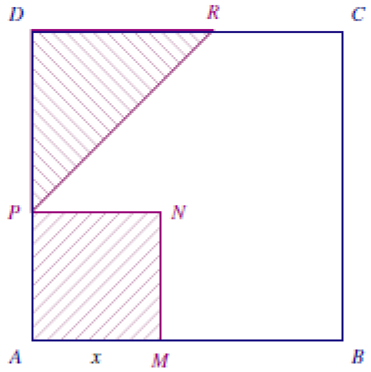
Soit $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormé du plan.

1. On considère la droite $\mathscr{D}$ passant par le point $E\,(4;-2)$ et admettant pour coefficient directeur (-2)
   a) Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$.
   b) Le point $F\,(2;-1)$ est-il un point de la droite $\mathscr{D}$?
2. On considère les points $A\,(-4;9)$ et $B\,(2;12)$
   a) Déterminer une équation de la droite (AB).
   b) Les droites (AB) et $\mathscr{D}$ sont elles parallèles ?
3. Résoudre le système S : $\left\{\begin{array}{lcl} y & = & -2x+6 \\ y & = & 0{,}5x+11 \end{array}\right.$. Interpréter graphiquement le résultat.
4. On admettra maintenant que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ sont sécantes en $H\,(-2:10)$.
   Démontrer que le triangle BHE est rectangle en H.

Exercice 4

PARTIE A

$ABCD$ est un carré de côté 12 cm. M étant un point du segment $[AB]$, on construit le carré $AMNP$ et le triangle rectangle isocèle PRD comme indiqué sur la figure ci-dessous.

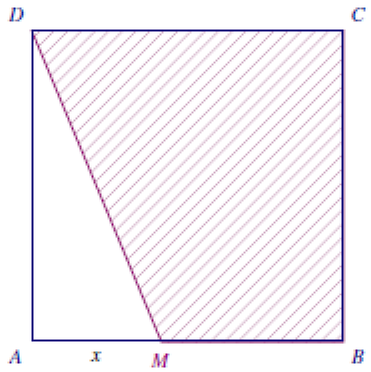


On pose $x = AM$ avec $x \in [0;12]$

1. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle PRD.
2. On note $f(x)$ l'aire en cm^2 de la partie hachurée.
   a) Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;12]$, $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 12x + 72$.
   b) Donner, en justifiant, le tableau de variation de la fonction f.
   En déduire la valeur minimale de l'aire de la partie hachurée.
3. Déterminer les positions éventuelles du point M pour que l'aire de la partie hachurée soit égale à la moitié de l'aire du carré $ABCD$.

PARTIE B

$ABCD$ est un carré de côté 12 cm. M étant un point du segment $[AB]$, on construit le trapèze $DMBC$.



On pose $x = AM$ avec $x \in [0;12]$

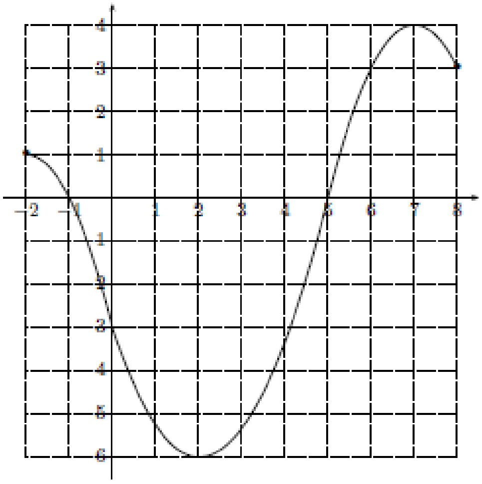
1. On note $g(x)$ l'aire en cm^2 du trapèze $DMBC$.
   Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;12]$, $g(x) = 144 - 6x$.
2. On donne en annexe la représentation graphique de la fonction f définie dans la partie A.
   a) Tracer sur la figure donnée la représentation graphique de la fonction g.
   b) Démontrer que, pour tout $x \in [0;12]$, $f(x) - g(x) = \frac{3}{2} \times \left[(x-2)^2 - 52\right]$.
   c) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

Exercice 5

Pour chaque question, il est demandé de compléter le tableau en indiquant la lettre correspondant à l'unique réponse exacte parmi les quatre proposées.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lettre correspondant à la réponse exacte										

1. On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2; 8]$.



a. 0 est l'unique antécédent de (-3) par f ;

b. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ est $[-2; -1[\cup]5; 8]$;

c. f atteint son minimum lorsque $x = -6$;

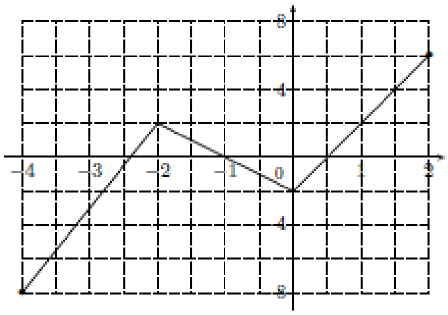
d. l'ensemble solution de $f(x) \leqslant 0$ est $]-1; 5[$.

2. Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous.

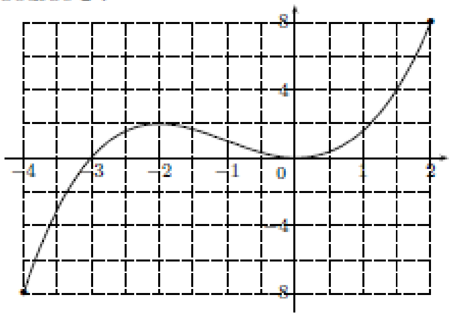
x	-4		-2		0		2
Var. g	-8	↗	2	↘	-2	↗	8

Parmi les courbes suivantes, quelle est celle qui peut correspondre à la courbe représentative de g ?

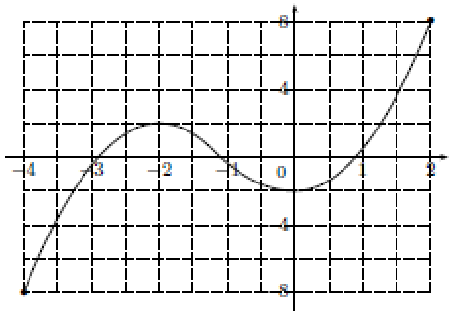
a. Courbe 1 :



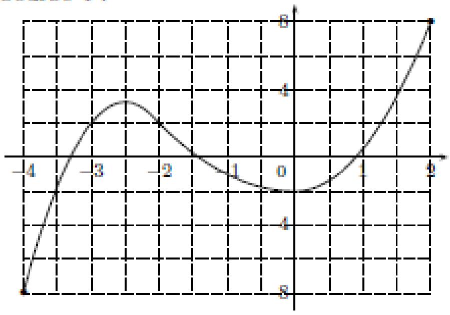
b. Courbe 2 :



c. Courbe 3 :



d. Courbe 4 :



3. Soit h la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous.

x	0		2		5		7
Var. h	3	↘	-1	↗	8	↘	2

On peut affirmer que l'équation $h(x) = 0$:

a. admet exactement une solution ;

b. admet exactement deux solutions ;

c. admet exactement trois solutions ;

d. n'admet pas de solution.

4. La fonction f vérifie $f(1)=4$ et $f(-2)>f(0)$.
Parmi les tableaux de variations suivants, quel est celui qui peut être celui de f ?

a. Tableau 1 :

x	-5		-3		$0{,}5$		1
Var. f	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4

b. Tableau 2 :

x	-5		-2		0		1		4
Var. f	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

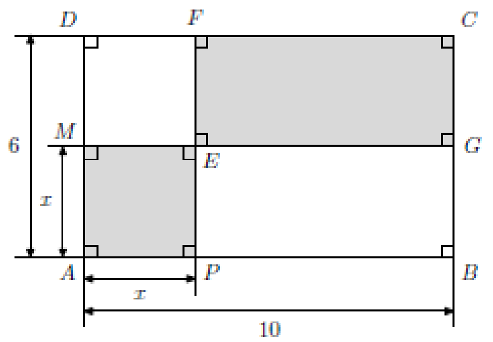
c. Tableau 3 :

x	-5		1		4
Var. f	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

d. Tableau 4 :

x	-5		-2		1		4
Var. f	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1

5. Sur la figure ci-dessous, l'unité de longueur est le centimètre.



L'aire de la surface grisée est donnée, en cm^2, par :

a. $6\times 10-2x^2$; **b.** $(10-x)(6-x)$;
c. $2x^2-16x+60$; **d.** $x^2+(6-x)^2$.

6. On considère l'algorithme suivant :

<u>Variables</u>	a, b, c et d réels
<u>Entrée</u>	Saisir a
<u>Traitement</u>	b prend la valeur $a+2$
	c prend la valeur b^2
	d prend la valeur $c-9$
<u>Sortie</u>	Afficher d

En affectant la valeur (-3) à la variable a, le résultat obtenu est :

a. -10 ;
b. -8 ;
c. -11 ;
d. aucun des trois résultats précédents.

7. On considère l'algorithme suivant :

<u>Variables</u>	a et b réels
<u>Entrée</u>	Saisir a
<u>Traitement</u>	Si a est un entier impair
	Alors
	b prend la valeur $4\times a$
	Sinon
	b prend la valeur $8+a\div 2$
	Fin si
<u>Sortie</u>	Afficher b

En affectant la valeur 4 à la variable a, le résultat obtenu est :

a. 10 ;
b. 16 ;
c. 6 ;
d. aucun des trois résultats précédents.

8. Des égalités ci-dessous laquelle est vraie pour tous réels strictement positifs a et b ?

a. $(a+b)^2=a^2+b^2$; **b.** $\dfrac{a^2-b^2}{a+b}=a-b$;
c. $\dfrac{3a+b}{3}=a+b$; **d.** $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$.

9. Sous forme factorisée $16-(2x-1)^2$ s'écrit :

a. $-4x^2+4x+15$; **b.** $-4x^2-4x+17$;
c. $(-2x+3)(2x+3)$; **d.** $(-2x+5)(2x+3)$.

10. L'équation $(x-1)(x-2)=2$ admet pour ensemble des solutions :

a. $\{0;3\}$; **b.** $\{0;2\}$; **c.** $\{1;2\}$; **d.** $\{3;4\}$.