

Exercice 1

1. On a $\Delta = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \times 1 \times 63 = 4 > 0$. Il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 2}{2} = \frac{-14}{2} = -7 \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 2}{2} = -9. \text{ Donc } \boxed{S = \{-7; -9\}}.$$

2. On a $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 13 = 49 - 52 = -3 < 0$. Donc $\boxed{S = \{\emptyset\}}$.

3. Posons $X = x^2$. L'équation devient : $X^2 - 6X - 27 = 0$.

On a On a $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-27) = 36 + 108 = 144 > 0$. Il y a donc deux solutions :

$$X_1 = \frac{6 + 12}{2} = 9 \text{ et } X_2 = \frac{6 - 12}{2} = -3. \text{ Or } X = x^2 \geq 0. \text{ On élimine } X_2. \text{ On en déduit que } \boxed{S = \{-3; 3\}}.$$

Exercice 2

1. On a $\Delta = 3^2 - 8 = 1 > 0$. Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-3 + 1}{4} = -\frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-3 - 1}{4} = -1. \text{ De plus, on a } a = 2 > 0.$$

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$2x^2 + 3x + 1$	+	0	-	0	+

$$\text{Donc } \boxed{S =]-\infty; -1] \cup [-\frac{1}{2}; +\infty[}$$

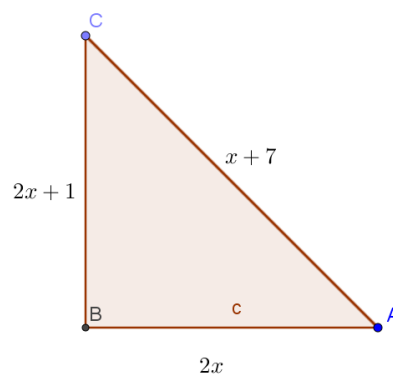
2. On a $\Delta = (-1)^2 - 80 = -79 < 0$. Il n'y a pas de racines. De plus, on a $a = 5 > 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$5x^2 - x + 4$	+	

$$\text{Donc } \boxed{S = \{\emptyset\}}$$

Exercice 3

- 1.



D'après Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} AC^2 = AB^2 + BC^2 &\Leftrightarrow (x + 7)^2 = (2x)^2 + (2x + 1)^2 \Leftrightarrow x^2 + 14x + 49 = 4x^2 + 4x^2 + 4x + 1 \\ &\Leftrightarrow -7x^2 + 10x + 48 = 0 \end{aligned}$$

On a : $\Delta = 1444 > 0$. $\sqrt{\Delta} = 38$. Il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-10+38}{-14} = -\frac{28}{14} < 0 \text{ et } x_2 = \frac{-10-38}{-14} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}. \text{ Comme, } x \geq 0, \text{ on conclut que } \boxed{x = \frac{24}{7}}.$$

2. Supposons que ce triangle est rectangle en A. Alors, on a par Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow (2x + 1)^2 = (2x)^2 + (x + 7)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 + x^2 + 14x + 49 \\ \Leftrightarrow x^2 + 10x + 48 = 0$$

On a : $\Delta = 100 - 4 \times 48 = 100 - 192 = -92 < 0$. Il n'y a pas de solution. On conclut qu'il n'existe pas de x tel que le triangle ABC soit rectangle en A.

Exercice 4

1. D'après les hypothèses on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} c = -2 \text{ (car } f(0) = -2) \\ 16a - 4b - 2 = 0 \\ 4a + 2b - 2 = 0 \end{cases}$$

Après résolution on obtient : $a = \frac{1}{4}$ et $b = \frac{1}{2}$.

D'où :

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2}$$

2. La forme canonique de $f(x)$ est : $\boxed{f(x) = \frac{1}{4}(x + 1)^2 - \frac{9}{4}}$.