Exercice 1

1. $D(x) = f(x) - y = -x^2 + 4x - 3 + x = -x^2 + 5x - 3$
   $\Delta = 25 - 12 = 13 > 0$. Il y a deux racines :
   $x_1 = \frac{-5+\sqrt{13}}{-2} = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ et $x_2 = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$.
   On en déduit que P et D s'interceptent en deux points d'abscisse x_1 et x_2.
2. $D(x) = f(x) - y = -x^2 + 4x - 3 + x - p = -x^2 + 5x - 3 - p$
   Pour que P et D ait qu'un seul point en commun il faut que le discriminant de D(x) soit nul :
   $\Delta = 0 \Leftrightarrow 25 + 4(-3 - p) = 0 \Leftrightarrow 25 - 12 - 4p = 0 \Leftrightarrow 13 - 4p = 0 \Leftrightarrow \boxed{p = \frac{13}{4}}$.

Exercice 2

Partie A

(i) La fonction $x \mapsto -x + 1$ est décroissante sur $]1; +\infty[$.

(ii) La fonction $x \mapsto \frac{1}{-x+1}$ est croissante sur $]1; +\infty[$. car du type 1/u.

(iii) On en déduit que la fonction h est décroissante $]1; +\infty[$. car du type k.v où $k = -2 < 0$.

Partie B

1. (a) On a : $-x + 2 - \frac{2}{-x+1} = \frac{(-x+2)(-x+1)}{-x+1} - \frac{2}{-x+1} = \frac{x^2-x-2x+2-2}{-x+1} = \frac{x^2-3x}{-x+1} = f(x)$

   (b) On a : $f(x) = g(x) + h(x)$ où $g(x) = -x + 2$.
   On sait que g est décroissante sur $\mathbb{R}$ et h est décroissante sur $]1; +\infty[$.
   On en conclut que f est décroissante sur $]1; +\infty[$.
2. * **Axe des abscisses** : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \; ou \; x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \; ou \; x = 3$
   La courbe C intercepte l'axe des abscisses en x=0 et x=3.
   - **Axe des ordonnées** : $f(0) = \frac{0}{0+1} = 0$.

   La courbe C intercepte l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ;0)

3. (a) $d(x) = f(x) - k(x) = \frac{x^2-3x}{-x+1} - x + 3 = \frac{x^2-3x+(-x+3)(-x+1)}{-x+1} = \frac{x^2-3x+x^2-x-3x+3}{-x+1} = \boxed{\frac{2x^2-7x+3}{-x+1}}$.
   (b) Déterminons les racines éventuelles du trinôme $2x^2 - 7x + 3$:
   $\Delta = 49 - 24 = 25 > 0$. $x_1 = \frac{7+5}{4} = 3$ et $x_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$. On a $a = 2 > 0$.
   On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		3		$+\infty$
$2x^2 - 7x + 3$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$-x + 1$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$d(x)$		$+$	0	$-$		$+$		$-$	

   (c) * Sur l'intervalle $]-\infty; \frac{1}{2}] \cup]1; 3]$, $d(x) \geq 0 \Leftrightarrow f(x) - k(x) \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq k(x)$ soit $\mathcal{C}$ au-dessus de D sur cet intervalle.
   * Inversement, Sur l'intervalle $[\frac{1}{2}; 1[\cup [3; +\infty[$, $d(x) \leq 0 \Leftrightarrow f(x) - k(x) \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq k(x)$ soit $\mathcal{C}$ en-dessous de D sur cet intervalle.

Exercice 4

a) $\frac{131\pi}{12} \div 2\pi \approx 5{,}5$. Donc, $\frac{131\pi}{12} - 5 \times 2\pi = \frac{11\pi}{12} \in]-\pi;\pi]$ est la mesure principale recherchée.

b) $-\frac{197\pi}{6} \div 2\pi \approx -16{,}4$. Donc, $-\frac{197\pi}{6} + 16 \times 2\pi = -\frac{5\pi}{6} \in]-\pi;\pi]$ est la mesure principale recherchée.

c) $-\frac{23\pi}{4} \div 2\pi \approx -2{,}9$. Donc, $-\frac{23\pi}{4} + 3 \times 2\pi = \frac{\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$ est la mesure principale recherchée.

d) $\frac{31\pi}{3} \div 2\pi \approx 5{,}2$. Donc, $\frac{31\pi}{3} + 5 \times 2\pi = \frac{\pi}{3} \in]-\pi;\pi]$ est la mesure principale recherchée.

Exercice 5

(a) * $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{AB}\right) = \left(-\overrightarrow{BC};\overline{-\overrightarrow{BA}}\right) = \left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right) = -\frac{\pi}{4}$

* $\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{CD}\right) = \left(-\overrightarrow{DA};-\overrightarrow{DC}\right) = \left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right) = -\frac{\pi}{6}$

(b) $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD}\right) = \left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) + \left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{CD}\right) = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = -\frac{9\pi}{12} = -\frac{3\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$ est la mesure principale recherchée.