LMSC **Correction de l’interrogation (fct dérivée)** 1re S

Exercice 1

1. $f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{(x^2+1)}{2\sqrt{x}}$
2. $g'(x) = 2x^2 + 3x + \frac{1}{2}$
3. $h'(x) = -\frac{2x}{(x^2-1)^2}$

Exercice 2

1. $f'(x) = \frac{5(x^2-x+1)-(5x+3)(2x-1)}{(x^2-x+1)^2} = \frac{5x^2-5x+5-(10x^2-5x+6x-3)}{(x^2-x+1)^2} = \frac{5x^2-5x+5-10x^2+5x-6x+3}{(x^2-x+1)^2} = \frac{-5x^2-6x+8}{(x^2-x+1)^2}$
2. Comme $(x^2 - x + 1)^2 > 0$ sur $\mathbb{R}$, le signe de $f'(x)$ dépend du signe de $-5x^2 - 6x + 8$.
   Etudions ce trinôme :
   $\Delta = 36 - 4 \times (-5) \times 8 = 36 + 160 = 196 = 14^2 > 0$. Il y a deux racines :
   $$x_1 = \frac{6+14}{-10} = -2 \; et \; x_2 = \frac{6-16}{-10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$
   Donnons maintenant le tableau complet de la fonction f (signe de $f'(x)$ + variations de f) :

x	$-\infty$		-2		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\frac{25}{3}$	$\searrow$	

3. On a $T : y = f'(5)(x-5) + f(5)$
   Avec $f'(5) = \frac{-147}{441} = -\frac{1}{3}$ et $f(5) = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$
   Soit $T : y = -\frac{1}{3}(x-3) + \frac{4}{3}$
   Soit $\boxed{T : y = -\frac{1}{3}x + 3}$

Exercice 3

1. On a $f'(x) = \frac{2ax(3x-2)-3(ax^2+b)}{(3x-2)^2} = \frac{6ax^2-4ax-3ax^2-3b}{(3x-2)^2} = \boxed{\frac{3ax^2-4ax-3b}{(3x-2)^2}}$
2. * Comme $A(0;1) \in C$; $f(0) = 1 \Leftrightarrow -\frac{b}{2} = 1 \Leftrightarrow \boxed{b = -2}$
   * Comme C admet une tangente horizontale en 1 : $f'(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{3a-4a-3\times(-2)}{(3-2)^2} = 0 \Leftrightarrow -a + 6 = 0 \Leftrightarrow$
   $\boxed{a = 6}$