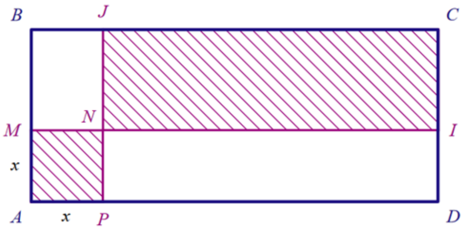
Exercice 1

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 6$ et $AD = 14$.
M étant un point du segment $[AB]$, on construit le carré $AMNP$ et le rectangle $NICJ$ comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On pose $AM = x$ et on note :
- $f(x)$ l'aire de la partie hachurée.
- $g(x)$ l'aire de la partie qui n'est pas hachurée.

1. Dans quel intervalle varie x ?
2. a) Montrer que $f(x) = 2x^2 - 20x + 84$
   b) Déterminer $g(x)$ en fonction de x.
3. Donner le tableau de variation des fonctions f et g.
4. a) Montrer que $f(x) - g(x) = 4(x-7)(x-3)$.
   b) En déduire la position du point M pour que l'aire de la partie hachurée est égale à celle de la partie non hachurée.

Exercice 2

PARTIE A

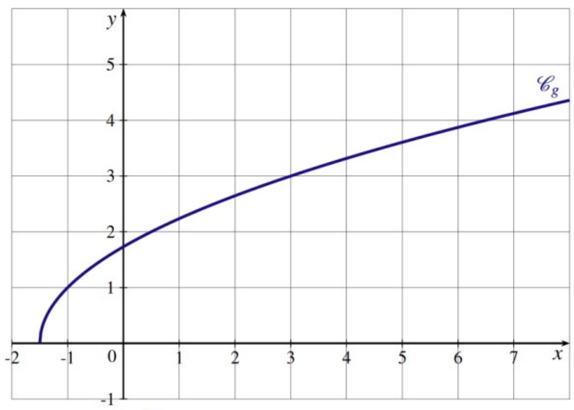
Soit f la fonction affine telle que $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 1$ et $f\left(\frac{13}{2}\right) = 5$.

1. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
2. Quel est le sens de variation de la fonction f ?
3. Donner le tableau de signes de la fonction f.

PARTIE B

On considère la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{2x+3}$.

1. Justifier que la fonction g est définie sur l'intervalle $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$
2. La courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g est tracée ci-dessous. Tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = \frac{x}{2} + \frac{7}{4}$.



3. Résoudre l'équation $\sqrt{2x+3} = \frac{x}{2} + \frac{7}{4}$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{3}{x-2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer l'image de $\frac{1}{2}$ et de $-\frac{3}{4}$ par f. *Détailler les calculs.*
3. Résoudre l'équation $f(x) = 2$ graphiquement (avec la précision permise) puis de manière algébrique.
3. Soit a, b deux réels appartenant à$]2; +\infty[$. Vérifier que $\tau_{a,b} = \frac{3}{(a-2)(b-2)}$.
4. En déduire le sens de variation de f sur $]2; +\infty[$.

Exercice 4 *Type BAC*

Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer en une semaine entre 6 000 et 32 000 pièces. Le coût de fabrication, en euros, de x milliers de pièces, pour x compris entre 6 et 32 est noté $C(x)$ où C est la fonction définie sur l'intervalle $[6; 32]$ par
$C(x) = 2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640$.
Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,5 € l'unité. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[6; 32]$, on note $R(x)$ le montant de la vente en euros de x milliers de pièces. Le bénéfice $B(x)$, en euros, pour la production et, la vente de x milliers de pièces est $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[6 ; 32]$: $R(x) = 3500x$.
2. Représenter les fonctions C et R à l'aide de la calculatrice.
3. Par lecture graphique, et avec la précision permise par celui-ci, répondre aux questions suivantes :
a) Quel nombre de pièces produites correspond à un coût de 30 000 € ?
b) Quel nombre minimal de pièces fabriquées permet d'avoir un bénéfice positif ou nul ?
4. Montrer que pour, tout x appartenant à l'intervalle $[6 ; 32]$:
$B(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640$.
5. a) Vérifier que 4 est racine du polynôme $p(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640$.
b) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x réel, $p(x) = (x-4)(ax^2 + bx + c)$.
c) Vérifier que $25 - 3\sqrt{5}$ et $25 + 3\sqrt{5}$ sont les deux autres racines du polynôme.
d) En déduire quelles quantités de pièces produites permettent de réaliser un bénéfice.
6. a) On admet que la fonction B atteint son minimum en 10 et son maximum en 20 sur l'intervalle $[6 ; 32]$. Dresser le tableau de variation de la fonction.
b) En déduire le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise. Donner le nombre de pièces à produire réalisant ce maximum.