

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1 *Un problème de Sophie Germain¹*

1. Soit n un entier naturel.

En développant $(n^2 + 2)^2$, en déduire une factorisation de $n^4 + 4$ (appelée factorisation de Sophie Germain).

2. Justifier que $2017^4 + 4$ n'est pas premier.

3. Déduire de la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 83525.

Exercice 2 *Points variables sur un parallélogramme*

Soient ABCD un parallélogramme et k un réel donné distinct de 0 et 1.

On désigne par E et G les points tels que :

$$\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AG} = (1 - k)\overrightarrow{AD}.$$

La parallèle à la droite (AD) passant par E coupe la droite (CD) en H.

La parallèle à la droite (AB) passant par G coupe la droite (BC) en F.

1. Faire la figure pour $k = \frac{3}{4}$.

2. Montrer que, quel que soit $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$, les droites (EF), (GH) et (AC) sont parallèles.

Exercice 3

On considère le triangle ABC et a un nombre réel. Les points M, S et T sont les points tels que :

$$\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{BT} = \frac{3}{7}\overrightarrow{BC}.$$

Trouver la position du point M (c'est-à-dire **la valeur de a**) sur la droite (AB) afin que les points S, T et M soient alignés.

Indication : Vous pouvez faire une figure pour conjecturer la position du point M après une démonstration s'impose !

¹ Mathématicienne française (1776-1831) qui s'est intéressée au grand théorème de Fermat et a découvert à cette occasion des résultats majeurs en arithmétique. Néanmoins, elle a dû utiliser un nom d'homme, Antoine Auguste Le Blanc, pour se faire accepter dans un milieu excluant les femmes.