Cette feuille rassemble des exercices « type » E3C <u>sauf</u> l'exercice 6. Travaillez-là avec profit !

<u>Exercice 1</u>

Une étude montre qu'après la diffusion d'une publicité en magasin, 80 % des clients d'une grande surface ne sont pas influencés par cette publicité et n'achètent pas de produit qu'ils n'avaient pas prévu d'acheter.

1. On interroge un client au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit influencé par la publicité et qu'il achète un produit qu'il n'avait pas prévu d'acheter ?

On interroge 6 clients au hasard. On se place dans le cas où le comportement d'un client en termes d'achat est indépendant de celui des autres clients.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de clients qui ont été influencés par la publicité et ont acheté un produit qu'ils n'avaient pas prévu d'acheter.

2. Exprimer à l'aide d'une phrase l'événement $\{X \leq 3\}$. On ne calculera pas la probabilité de cet événement.

On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire Xest donnée par le tableau suivant, dans lequel les 6 premières valeurs affichées sont des arrondis à 10^{-3} :

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,262	0,393	0,246	0,082	0,015	0,002	$6{,}4 \times 10^{-5}$

3. Donner la probabilité qu'exactement 3 clients aient acheté un produit qu'ils n'avaient pas l'intention d'acheter.
4. Déterminer la probabilité $P(X \geq 4)$. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
   Donner une interprétation du résultat.
5. Est-il vrai, qu'en moyenne, moins de 2 clients achètent un produit qu'ils n'avaient pas prévu d'acheter après la diffusion d'une publicité en magasin ? Justifier votre réponse.

<u>Exercice 2</u>

Je joue avec un ami : je lance un dé non pipé deux fois successivement.

– Si les deux même chiffres sortent, je gagne (et mon ami perd…) 10 euros.
– Si le deuxième chiffre obtenu est supérieur au premier, je gagne 5 euros.
– Dans tous les autres cas, je perds 6 euros.

On note X la variable aléatoire égale à mon gain algébrique (gain ou perte) lors d'une partie.

1. Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X ?
2. A l'aide d'un arbre, compléter le tableau donnant l'ensemble des probabilités :

Valeurs x_k prises par X	-6	5	10
Probabilité $P(X = x_k)$			

3. Quel est mon gain moyen sur une partie ? Ce jeu est-il équitable ?

<u>Exercice 3</u>

Un musée propose à la vente trois sortes de billets : un billet à 9 € pour visiter uniquement les collections permanentes; un billet à 11 € pour visiter uniquement l'exposition temporaire ou un billet à 13 € pour visiter les collections permanentes et l'exposition temporaire.
On sait que : 60% des visiteurs visitent l'exposition temporaire et 45% des visiteurs achètent un billet à 11 €.

1. Établir la loi de probabilité associée au prix d'un billet.
2. Quelle est la recette quotidienne que peut espérer ce musée si le nombre de visiteurs par jour est en moyenne de 20 000 ?

Exercice 4

Le service de gestion d'un grand magasin estime que 3% des factures émises chaque mois comportent des erreurs.
On prélève au hasard 4 factures. Le nombre de factures est suffisamment grand pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage successif avec remise.

On note S l'événement « la facture contient des erreurs ».
On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de factures qui contiennent des erreurs lors du prélèvement de 4 factures.

1. Exprimer à l'aide d'une phrase les événements suivants :
   a. $\{X = 1\}$
   b. $\{X \leq 2\}$
2. Expliquer pourquoi cette situation peut être modélisée par 4 répétitions d'une épreuve de Bernoulli que l'on précisera, et dont on donnera le paramètre p.
3. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
4. Déterminer les probabilités suivantes *(on arrondira à 10^{-4} les résultats)* :
   a. $P(X = 1)$
   b. $P(X \leq 2)$
5. Calculer l'espérance de X et interpréter ce résultat.

Exercice 5

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil.
Le commerçant a reporté dans le tableau ci-dessous les ventes de ces deux produits sur un samedi donné.

	Achète une carte mémoire	N'achète pas une carte mémoire	Total
Achète un appareil photo	7	3	10
N'achète pas un appareil photo	10	30	40
Total	17	33	50

On suppose qu'un client achète au plus un appareil photo et au plus une carte mémoire.
Un client choisi au hasard est interrogé à la sortie du magasin.
On note :
A l'évènement : « Le client achète un appareil photo »
C l'évènement : « Le client achète une carte mémoire »

1. Déterminer les probabilités suivantes : $\mathrm{P}(C)$ et $\mathrm{P}(A \cup C)$.

2. Le commerçant fait un bénéfice de :
- 30 € sur la vente de chaque appareil photo ;
- 4 € sur la vente chaque carte mémoire.

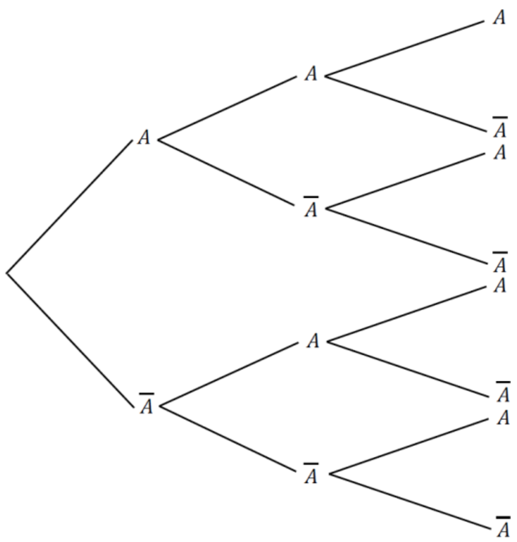
a. Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité du bénéfice par client.

Bénéfice par client en euro	0	4	30	34
Probabilité d'obtenir le bénéfice	0,6			

b. Montrer que l'espérance du bénéfice par client est 7,36 €.

La probabilité qu'un client achète un appareil photo est 0,2.
Trois clients se présentent dans le magasin. On admet que les clients agissent indépendamment (achat ou non d'un appareil photo).
On note toujours A l'évènement : « Le client achète un appareil photo ».
On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de clients achetant un appareil photo.

3. Compléter l'arbre ci-dessous.



4. Calculer la probabilité $P(X = 1)$.

Exercice 6

Une urne contient des jetons : 10 rouges, 36 bleus et 54 blancs. Un jeu de hasard est organisé de la manière suivante, après avoir misé une certaine somme, un joueur tire un jeton dans l'urne :

— Si le jeton est rouge, il perd le cube de sa mise de départ.

— Si le jeton est bleu, il gagne le carré de sa mise de départ.

— Si le jeton est blanc, il gagne sa mise de départ.

1. On suppose que la mise de départ est de 5 euros.
   a) Déterminer la loi de probabilité sur l'ensemble des gains possibles.
   b) Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de parties avec la même mise de départ de 5 euros.
2. Un joueur cherche à déterminer le montant de la mise de départ pour que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de parties soit maximal. Soit x la mise de départ en euros.
   a) Montrer que l'espérance mathématique de loi de probabilité du gain est :

$$f(x) = -0{,}1x^3 + 0{,}36x^2 + 0{,}54x$$

   b) Étudier les de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$. Conclure sur le problème posé.