

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(3x - 1)^2$ b) $(2x + 5)^2$

c) $(3x - 2)(3x + 2)$ d) $(2x - 1)(-x + 4)$

e) $(4x + 4)^2 - (-x - 3)(5x - 4)$ f) $4(7x + 5)^2 + 4(2x - 1)(7x + 5)$

Exercice 2

Démontrer les égalités suivantes pour tous nombres a et b réels.

1) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (-7x - 6)(x + 5) + (8x - 9)(x + 5)$$

$$B = (-4x - 1)(3 - 4x) - (7x + 1)(3 - 4x)$$

$$C = (5x - 9)^2 + (5x + 10)(5x - 9)$$

$$D = 16(x - 1)^2 - 8(x - 1)(x + 5)$$

$$E = 49x^2 - 9$$

$$F = 16x^2 - 49$$

$$G = 100x^2 + 100x + 25$$

$$H = 3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1$$

$$I = x^2 - 25 + 2(x - 5)(x + 3)$$

$$J = x^2 - x + x(x + 1)^2$$

Exercice 4

Soit deux nombres réels x et y positifs tels que :

$$x + y = 7 \text{ et } xy = 4$$

Calculer :

$$A = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

$$B = 2x(1 - y) + 2y(1 - 2x)$$

$$C = (x - y)^2 - (x + y)^2$$

Exercice 5

Démontrer chacune des égalités suivantes.

a. Pour $x \neq -3$, $\frac{4x+11}{x+3} = 4 - \frac{1}{x+3}$.

b. Pour $x \neq 2$, $\frac{5x-3x}{2-x} = 3 - \frac{1}{2-x}$.

c. Pour x positif ou nul et $x \neq 1$, $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{2}{x-1}$.

Exercice 6

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} - \frac{1-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}};$$

$$B = \frac{3+2\sqrt{5}}{2\sqrt{3+1}};$$

$$C = \left(\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} \right)^2$$

Exercice 7

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et les inéquations suivantes.

1) $2x^2 - 2x\sqrt{5} + 3 = 0$;

2) $3x^4 + 2x^2\sqrt{6} - 1 = 0$ (*penser à un changement de variable*) ;

3) $3x^2 - 12 > 0$;

4) $(x+3)(7x-1) \leq x+3$

5) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \geq \frac{6}{5}$

Exercice 8

Soit l'équation (E) : $2x^4 - 9x^3 + 8x^2 - 9x + 2 = 0$

1. (a) Zéro est-il solution de l'équation (E) ?

(b) Montrer que (E) peut s'écrire : $2x^2 - 9x + 8 - \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$ on notera (E') cette nouvelle équation.

2. Pour tout x non nul, on pose $X = x + \frac{1}{x}$.

(a) Démontrer que (E') peut s'écrire $2X^2 - 9X + 4 = 0$.

(b) En déduire les solutions de (E).

Exercice 9

1. On considère le trinôme : $x^2 - (2m+3)x + m^2$, où m est un nombre réel.

a) Pour quelle valeur de m le trinôme a-t-il une racine double ?

b) Calculer alors la valeur de cette racine.

2. On considère l'équation $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$.

a) Calculer m pour que l'une des solutions soit égale à 3.

b) En déduire alors l'autre solution.