Exercice 1

On lance simultanément deux dés équilibrés. On définit par X la variable aléatoire donnant la somme des chiffres inscrits sur les 2 faces obtenues et Y la variable aléatoire donnant le plus grand des 2 chiffres obtenues.

1. A l'aide d'un tableau, donner l'ensemble des issues possibles de cette expérience.
2. Quelles sont les valeurs prises par X ?
Même question pou Y.
3. Déterminer la loi de probabilité de X ?
4. Déterminer la loi de probabilité de Y ?

Exercice 2

On choisit au hasard un nombre entre 0 et 39 . Soit X la variable aléatoire correspondant au chiffre des unités et Y la variable aléatoire correspondant au chiffre des dizaines.

1. Déterminer la loi de probabilité de X et Y.
2. Calculer P(X=Y).
3. Calculer P(XY>15).
4. Calculer P(X + 2Y=10).

Exercice 3

Une urne contient 5 boules blanches et 2 boules rouges. On tire les boules de l'urne les unes après les autres sans remise jusqu'à ce que le sac soit vide. On désigne par X la variable aléatoire égale au rang d'apparition de la première boule rouge.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer E(X) ainsi que l'écart-type.

Exercice 4

Pour se rendre à son travail, un automobiliste rencontre trois feux tricolores. On suppose que les feux fonctionnent de manière indépendante, que l'automobiliste s'arrête s'il voit le feu orange ou rouge et qu'il passe si le feu est vert. On suppose de plus que chaque feu est vert durant les deux tiers du temps et rouge ou orange un tiers du temps. On dit que l'automobiliste a obtenu le feu au vert quand il est passé sans s'arrêter.

1. Faire un arbre représentant toutes les situations possibles.
2. Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait les trois feux verts ? deux des trois feux verts ?
3. Combien de feux au vert l'automobiliste peut-il espérer ?

Exercice 5

On lance deux dés équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
L'ensemble E des couples $(x;\, y)$, avec $1 \leqslant x \leqslant 6$ et $1 \leqslant y \leqslant 6$, est associé à une loi de probabilité équirépartie.
À chaque couple $(x;\, y)$, on associe $|x-y|$. On définit ainsi une variable aléatoire X sur l'ensemble E.

1. Définir la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance et la variance de X.

Exercice 6

Soit X une variable aléatoire d'espérance $E(X)$, notée aussi m, et d'écart-type $\sigma(X)$, noté σ.
Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = \frac{X-m}{\sigma}$.
Déterminer $E(Y)$ et $\sigma(Y)$.

Exercice 7

On dispose d'une roue qui comporte dix secteurs identiques, neuf verts et un rouge.
On propose les deux jeux suivants :

Jeu 1 : si la roue s'arrête sur un secteur vert, le joueur gagne 2 000 euros, sinon il perd 8 000 euros.

Jeu 2 : si la roue s'arrête sur un secteur vert, le joueur ne gagne ni ne perd rien, sinon, il gagne 10 000 euros.

1. Intuitivement, quel jeu semble le plus avantageux ?
2. Calculer, pour chaque jeu, l'espérance et la variance de gain du joueur. Que constate-t-on ?

Exercice 8

Une urne contient 10 boules blanches et n boules noires ($n \geq 2$). Toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées. Pour chaque boules blanche obtenue on gagne 2 euros et pour une boule noire on perd 3 euros. On désigne par X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique obtenu par le joueur.

Partie A
Le joueur tire une boule.
1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Donner la la loi de probabilité de X.
3. Exprimer E(X) en fonction de X.
4. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles le jeu est défavorable.

Partie B
Le joueur tire deux boules successivement et sans remise.
1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Donner la la loi de probabilité de X.
3. Exprimer E(X) en fonction de X.
4. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles le jeu est défavorable.

Exercice 9

Un lycée dispose d'un lot de 20 oscilloscopes en mauvais état. A la fin d'une journée de travaux pratiques, la probabilité qu'un oscilloscope soit encore en état de marche est 0,8. On note X le nombre d'oscilloscopes qui fonctionnent encore à la fin de cette journée.
a) Calculer la probabilité des événements (X = 20) et (X = 19).
b) Calculer la probabilité que deux au moins des oscilloscopes tombent en panne dans la journée. *(Penser à l'événement contraire)*

Exercice 10

On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le rang où Pile apparaît pour la première fois et 0 si Pile ne sort pas.
Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 11

On lance n dés ($n \geqslant 1$). On note A l'événement « obtenir au moins un 6 ».

1. Décrire $\overline{A}$.
2. Exprimer en fonction de n la probabilité $p(\overline{A})$.
3. En déduire que $p(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$.
4. Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(A)$								

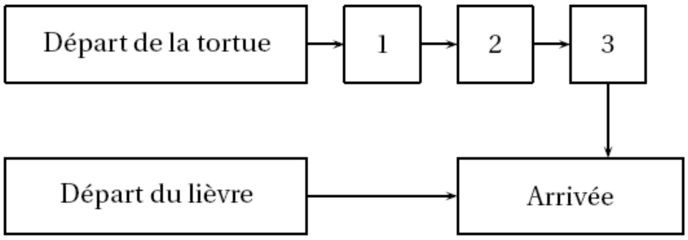
5. Combien de dés faut-il lancer pour que la probabilité d'obtenir au moins un six soit supérieure à $\frac{3}{4}$?

6. Le lièvre et la tortue font la course.

   Le lièvre se divertit longuement mais quand il part, il file à l'arrivée. La tortue, quant à elle, avance inexorablement mais lentement vers l'arrivée.

   On considère qu'on peut assimiler cette course au lancement d'un dé :

   - si le 6 sort, le lièvre avance ;
   - sinon la tortue avance d'une case et au bout de 4 cases la tortue a gagné.
     Voir figure ci-dessous.



   (a) Déterminer la probabilité que le lièvre l'emporte et celle que la tortue l'emporte.

   (b) En combien de lancers de dés peut-on espérer finir la partie en moyenne ?