5) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} x^3 = 0$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} \frac{3}{x} = +\infty$

donc par somme $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} x^3 + \frac{3}{x} - 50 = +\infty$

6) FI du type "$\infty - \infty$"

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = \frac{(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2})(\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2})}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}}$$

$$= \frac{x+3-x-2}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}}$$

On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+2} = +\infty$.

Donc par quotient, $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = 0$

## Exercice 3

1) $\lim\limits_{x\to 2} x^2 - 7x + 10 = 0$ et $\lim\limits_{x\to 2} (x-2)^2 = 0$

La limite en 2 est du type "$\frac{0}{0}$" donc c'est une F.I.

2) $\Delta = 49 - 40 = 9 > 0$. Les racines sont :

$x_1 = \frac{7-3}{2} = 2$ ou $x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$

Donc $x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5)$

3) a) Simplifions $f(x)$ :

$f(x) = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)^2}$

$f(x) = \frac{x-5}{x-2}$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x>2}} x - 2 = 0^+$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x>2}} x - 5 = -3$

par quotient $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x>2}} f(x) = -\infty$

Et, $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x<2}} x - 2 = 0^-$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x<2}} x - 5 = -3$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x<2}} f(x) = +\infty$

b) Comme $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x>2}} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\x<2}} f(x) = +\infty$, la courbe de la fonction $f$ admet une asymptote d'équation $x = 2$

## Exercice 4

1) $D_h = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$

2) a) $h'(x) = \frac{3}{(x+4)^2}$

b) $(x+4)^2 > 0$ et $3 > 0$ donc $h'(x) > 0$ sur $D_h$

$h$ est strictement croissante sur $]-\infty; -4[$ et sur $]-4; +\infty[$.

3) a) En $+\infty$ et $-\infty$ : F.I du type "$\frac{\infty}{\infty}$".

On a $h(x) = \frac{1 - \frac{2}{x}}{2 + \frac{8}{x}}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} 1 - \frac{2}{x} = 1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2 + \frac{8}{x} = 2$

Donc par quotient $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \frac{1}{2}$ (car $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{8}{x} = 0$)

En $-\infty$, on procède de la même façon et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = \frac{1}{2}$

En $-4$ (à gauche et à droite) :

$\lim\limits_{\substack{x\to -4\\x>-4}} 2x + 8 = 0^+$

$\lim\limits_{\substack{x\to -4\\x>-4}} x - 8 = -12$

par quotient $\lim\limits_{\substack{x\to -4\\x>-4}} h(x) = -\infty$